الرياضيات للصف التاسع (الشهادة الإعدادية) (المهندس خالد ياسين الشيخ هندسة معلوماتية بجامعة دمشق)
بسم الله الرحمن الرحيم
قال تعالى " وقل رب زدني علماً "

السؤال الأول:

إذا كان لدينا خزانة و لها 3 مفاتيح مرقمة 1 و 2 و 3 و كان هناك كلمة مرور(حماية) لهذا الخزينة ما هو عدد الاحتمالات الممكنة لمعرفة كلمة الحماية في الحالتين التاليتين:

- كلمة الحماية مؤلفة من رمزين(مفتاحين)فقط.
- كلمة الحماية مؤلفة من ثلاثة رموز.

أيهما أفضل و لماذا؟

الحل:

بما أنه لدينا رمزين و لدينا ثلاث مفاتيح ⟸ عدد الاحتمالات الممكنة لمعرفة كلمة لحماية = 3^2=9 احتمالات.

وبشكل مشابه للطلب الأول هنا لدينا 3 رموز و 3 مفاتيح ⟸ 3^3= 27 احتمال.

طبعا كلمة المرور الثانية أفضل لأنها تستغرق وقت أكبر لكشفها.

السؤال الثاني:

عددان مجموعهما 23 و مجموع مربعيهما 277 أوجد هذين العددين.

الحل:

طريقة أولى: نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني 23 – س

س^2+(23- س)^2 =277

س^2+529 -46 س+س^2 –277=0

2س^2 - 46 س +252=0

س^2 - 23 س+ 126= 0

(س-14) (س -9)=0

إما س-14=0 ⟸ س=14 و هو العدد الأول فيكون الثاني 23- 14 =9 و هو العدد الثاني.

أو إما س- 9=0 ⟸ س= 9 و هو العدد الأول فيكون الثاني 23-9=14 و هو العدد الثاني.

للتأكد من صحة الحل: لدينا 14+9=23 و لدينا $14^2 + 9^2$ =196+ 81= 277.

طريقة ثانية للحل:

نفرض العدد الأول س و نفرض العدد الثاني ع فيكون لدينا:

س+ع=23 (١)

س^2+ع^2= 277 (٢)

لدينا جملة معادلتين.

من (١) لدينا س=23-ع (٣) نعوض (٣) في (٢) فيكون:

(23-س)^2+ع^2=277

529- 46ع+ع^2+ع^2=277

2ع^2-46ع+529-277=0

2ع^2 - 46ع+252=0

ع^2 - 23ع+126=0

السؤال الثالث:

ملعب لكرة التنس مستطيل الشكل مساحته 42 م^2 و محيطه 26 م احسب بعديه (المقصود ببعديه طول المستطيل و عرضه).

الحل:

نفرض أن طول المستطيل س و عرضه ع فيكون لدينا:

س × ع = 42

2(س+ع)=26 ⟸ س+ع=13 ⟸ س=13-ع نعوض فيكون لدينا:

(13-ع) × ع=42

13ع – ع^2 - 42=0

ع^2-13ع +42=0

$\Delta = 13^2 - 4 (1) (42)=169 -168=1$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$

ع$_1$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+13+1}{2} = \frac{14}{2} = 7$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س=13- 7 = 6 و هذا الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من عرضه.

$ع_2 = \frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+13-1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س= 13 -6= 7 م و هو المطلوب.
للتأكد 7م × 6م = 42 م^2 و محيطه= 13 × 2 = 26م

السؤال الرابع:
ملعب لكرة السلة مستطيل الشكل مساحته 50م^2 و محيطه 30م احسب بعديه.
الجواب: الطول =10م و العرض =5 م (تُحل هذه المسألة على نفس سياق المسألة السابقة).

السؤال الخامس:
عدد طبيعي مكون من رقمين رقم عشراته يزيد على رقم آحاده بمقدار 2 فإذا علمت أن هذا العدد يساوي 4 أمثال مربع آحاده فأوجد هذا العدد.
الحل:
نفرض أن رقم الآحاد س فيكون رقم العشرات س+2
العدد= س+10(س+2)= س+10س+20 = 11س+20 ومنه يكون لدينا:
11س + 20 = 4 س^2
4 س^2-11 س -20=0
$\Delta = (-11)^2 - 4\ (4)\ (-20) = 121+320 = 441$
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{441} = 21$
$س_1 = \frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+11-21}{2(4)} = \frac{-5}{4}$ مرفوض
$س_2 = \frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+11+21}{2(4)} = \frac{32}{8} = 4$ و هو رقم الآحاد فيكون العشرات س+2= 4+2= 6 فيكون العدد هو 4+ 10 ×6= 64 و هو المطلوب.

السؤال السادس:
أوجد في مجموعة الأعداد الحقيقية ح حل مجموعة المعادلتين :
س-ع =2 (١)
س^2+ع^2= 34 (٢)
الحل:
من (١) لدينا: س=2+ع (٣) نعوض في (٣) فيكون:
(2+ع)^2+ع^2=34
4+4ع+ع^2+ع^2=34
2ع^2+4ع-30=0
ع^2+2ع-15=0
$\Delta = 2^2 - 4\ (1)\ (-15) = 4 + 60 = 64$ و منه يكون:
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$
$ع_1 = \frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{-2+8}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3$ فيكون س$_1$=2+ 3= 5
إذا س= 5 و ع=3 و هو حل مقبول.
$ع_2 = \frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{-2-8}{2(1)} = \frac{-10}{2} = -5$ فيكون ع$_2$=2+ (-5)= -2-5= -3
إذا س=-3 و ع= -5 و هو حل مقبول أيضاً.

السؤال السابع:
يزيد عمر أب على 7 أمثال عمر ابنه بمقدار 5 سنوات و العدد الدال على مجموع مربعي عمريهما يزيد على 8 أمثال العدد الدال على جداء عمريهما بمقدار 25. أوجد عمر الأب و الابن.
الحل:
نفرض أن عمر الأب س و عمر الابن ع
س=7ع+5 (١)
س^2+ع^2= 8 س ع +25 (٢)
نعوض (١) في (٢) فيكون لدينا:
(7ع+5)^2+ ع^2 =8ع(7ع+5)-25
49ع^2 +70ع+25+ع^2-56ع^2 -40ع -25=0
-6ع^2+30ع=0

6ع^2 - 30ع=0
ع^2-5ع=0
ع(ع-5)=0
إما ع=0 و هو عمر الابن و هذا حل مرفوض لأن الأعمار يجب أن تكون أعداد صحيحة أكبر من الصفر.
أو إما ع-5=0 و منه ع=5 و هو عمر الابن فيكون عمر الأب س=7(5)+5= 35+5= 40 سنة.
و هو المطلوب.

السؤال الثامن:
متوازي مستطيلات قاعدته مستطيل العدد الدال على طوله س و على عرضه ع و مساحته الجانبية 40 م^2 فإذا علمت أن ارتفاعه = 4 م و أن حجمه = 24 م^3 فاحسب العددين س، ع.
الحل:
المساحة الجانبية للمتوازي= محيط المستطيل × الارتفاع
40= 2(س+ع) × 4
8(س+ع)=40
س+ع=5 (١)
حجم المتوازي= مساحة القاعدة × الارتفاع
24=س × ع × 4
س× ع = 6 (٢)

من (١) لدينا س=5-ع (٣)
نعوض (٣) في (٢) فيكون لدينا:
(5-ع)×ع= 6
ع^2-5ع+6=0
$\Delta = (-5)^2 - 4\,(1)\,(6) = 25 - 24 = 1$. ومنه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$
ع$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+5-1}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س=5-2 =3 حل مقبول و هو المطلوب.
أو إما
ع$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+5+1}{2(1)} = 3$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س=5-3=2 و هذا الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من عرضه.

السؤال التاسع:
أوجد عددين صحيحين مجموعهما 17 و مجموع مربعيهما يزيد 109 على جداء هذين العددين.
الحل:
نفرض أن العدد الأول س و العدد الثاني ع فيكون لدينا:
س+ع=17 (١)
س^2+ع^2= س ع+ 109 (٢)
من (١) لدينا: ع=17-س (٣)
نعوض (٣) في (٢):
س^2+(17-س)^2=س(17-س)+109
3س^2 - 51س +180=0
س^2 - 17س +60= 0
$\Delta = (-17)^2 - 4(-1)\,(60) = 289 - 240 = 49$ و منه يكون:
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$
س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+17-7}{2(1)} = \frac{10}{2} = 5$ و منه ع$_1$= 17- 5= 12
العدد الأول 12 و العدد الثاني 5.
أو إما:
س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+17+7}{2(1)} = \frac{24}{2} = 12$ و منه ع$_2$= 17-12=5
العدد الأول 5 و العدد الثاني 12.و هو المطلوب.

السؤال العاشر:

عدد طبيعي مكون من رقمين يزيد رقم آحاده بمقدار 3 على رقم عشراته فإذا علمت أن جداء الرقمين يساوي 40 أوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن رقم العشرات س فيكون الآحاد س+ 3

العدد=س+3 +10 ×س=11س+3

(س+3)×س= 40

س^{2}+3س-40=0

$\Delta = 3^2 - 4(1)(-40) = 9+160 = 169$ و منه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب}+\sqrt{\Delta}}{2\,\text{ρ}} = \frac{-3+13}{2(1)} = \frac{10}{2} = 5$ و هو رقم العشرات فيكون رقم الآحاد= 5+3=8

العدد=11(س)+3=11(5)+3=58 و هو المطلوب.

$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب}-\sqrt{\Delta}}{2\,\text{ρ}} = \frac{-3-13}{2(1)} = -8$ حل مرفوض لأن العدد يجب أن يكون طبيعي.

السؤال الحادي عشر:

عددان طبيعيان يزيد احدهما على الآخر بمقدار 1 و مجموع مقلوبيهما $\frac{5}{6}$ أوجد هذين العددين.

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+1

$\frac{1}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}+1} = \frac{5}{6}$ نوحد المقامات فيكون:

$\frac{1}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}+1} = \frac{5}{6}$

(س+1)   س

$\frac{2\text{س}+1}{\text{س}(\text{س}+1)} = \frac{5}{6}$ ⟸ 6(2س+1)= 5 س(س+1)

12س+6= 5س^{2} +5 س ⟸ 5 س^{2} +5س-12س-6=0

5 س^{2} -7س-6=0

$\Delta = (-7)^2 - 4(5)(-6) = 49+120 = 169$ ومنه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب}-\sqrt{\Delta}}{2\,\text{ρ}} = \frac{+7-13}{2(5)} = \frac{-3}{5}$ مرفوض لأن العدد المطلوب طبيعي.

$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب}+\sqrt{\Delta}}{2\,\text{ρ}} = \frac{+7+13}{2(5)} = \frac{20}{10} = 2$ و هو العدد الأول الصغير فيكون الكبير هو 2+1=3.

للتأكد: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

السؤال الثاني عشر:

عدد طبيعي مكون من رقمين رقم آحاده ينقص بمقدار 5 عن رقم عشراته و مجموع مربعي رقميه يساوي 25 فأوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن رقم العشرات س فيكون رقم الآحاد س-5

العدد= (س-5)+10س

مربع العشرات=س^{2}

مربع الآحاد= (س -5)^{2} = س^{2}-10س+25

س^{2}-10س+25+س^{2}=25

2س^{2}-10س=0

س^{2} - 5س=0

س(س-5)=0

إما س=0 و هو رقم العشرات فيكون رقم الآحاد 0-5= -5 حل مرفوض لأن العدد المطلوب طبيعي.

أو

س-5=0 ومنه س=5 و هو رقم الآحاد فيكون العشرات هو 5-5=0.

العدد= (5-5)+10(5)= 50

للتأكد: $(0)^2+(5)^2 = 25$

السؤال الثالث عشر:

مستطيل محيطه 26م و مساحته 40 م^{٢} أوجد بعديه

الحل:

نفرض أن طول المستطيل هو س وعرضه ع

مساحة المستطيل= الطول × العرض

40= س × ع (١)

محيط المستطيل= 2(س+ع)

26=2(س+ع)

س+ع=13 (٢)

من (٢) لدينا س=13-ع في (١) فيكون لدينا:

(13-ع)×ع=40

13ع-ع^{٢} -40=0

ع^{٢}-13ع+ 40=0

$\Delta = (-13)^2 - 4(1)(40) = 169 - 160 = 9$ و منه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$

ع$_1$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+13+3}{2} = \frac{16}{2} = 8$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س$_1$= 13-8=5 الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من العرض.

ع$_2$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+13-3}{2} = \frac{10}{2} = 5$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س$_2$= 13-5=8م

إذا س=8 و ع=5 و هو المطلوب.

السؤال الرابع عشر:

عدد مؤلف من رقمين رقم عشراته يزيد على رقم آحاده بمقدار 1 فإذا علمت أن هذا العدد يساوي ثمانية أمثال مربع آحاده فأوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن رقم الآحاد س فيكون رقم العشرات س+1

العدد= س+ 10 (س+1)= س+10س+10=11س+10

11س+10=8 س^{٢}

8 س^{٢} - 11س -10=0

$\Delta = (-11)^2 - 4(8)(-10) = 121+320 = 441$ ومنه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{441} = 21$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+11-21}{2(8)} = \frac{-10}{16} = -\frac{5}{8}$ مرفوض لان الآحاد لا يكون كسراً.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{+11+21}{2(8)} = \frac{32}{16} = 2$ و هو رقم الآحاد فيكون رقم العشرات 2+1=3

العدد= 11س+10= 11(2)+10=22+10=32

السؤال الخامس عشر:

قاعة أرضها مستطيلة طولها يزيد على عرضها بمقدار 5م فإذا علمت أن العدد الدال على مساحتها يزيد 2 على العدد الدال على محيطها فاحسب بعديها.

الحل:

نفرض أن طول القاعة س+5 فيكون عرضها س

مساحة المستطيل= س(س+5)= س^{٢}+5س

محيط المستطيل= 2(س+5+س)=2(2س+ 5)= 4 س+10

س^{٢}+5س= 4 س+10+2

س^{٢}+5س-4 س-12=0

س^{٢}+س-12=0

$\Delta = 1^2 - 4(1)(-12) = 1+48 = 49$ ومنه يكون:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{-1-7}{2(1)} = -4$ مرفوض لأن الطول يجب أن يكون موجب.

س٢ = $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2 ρ}$ = $\frac{+1-7}{2(1)}$ = 3م و هو عرض القاعة فيكون طولها س+5= 3+5= 8م و هو المطلوب.
مساحة القاعة= 3 × 8= 24 م^2
محيطها= (8+3)×2=22م

السؤال السادس عشر:
مربعان يزيد طول أحدهما 2سم على طول الضلع الآخر فإذا علمت أن نصف مساحة المربع الكبير تزيد 20 على ثلث مساحة المربع الصغير فاحسب طول ضلع المربع الصغير و المربع الكبير.
الحل:
نفرض أن طول ضلع المربع الصغير س فيكون طول الضلع الكبير س+ 2
مساحة المربع الصغير=س^2
مساحة المربع الكبير= (س+2)^2 = س^2+4س+ 4
$\frac{س^2+4س+4}{2} = \frac{س^2}{3}+20$
س^2+4س+4= 40+ $\frac{2س^2}{3}$
3 س^2+12س+12=120+2 س^2
س^2+12 س - 108=0
$\Delta = 12^2 - 4 (1) (-108) = 144 + 432 = 576$ ومنه يكون لدينا:
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{576} = 24$
س١= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2 ρ} = \frac{-12-24}{2(1)} = \frac{-36}{2}$ = -18 حل مرفوض.
س٢= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2 ρ} = \frac{-12+24}{2(1)} = \frac{12}{2}$ = 6 سم و هو طول ضلع المربع الصغير و طول ضلع المربع الكبير هو 6+2= 8سم و هو المطلوب.
للتأكد: $\frac{1}{2}$(64)سم^2= 20 سم^2+$\frac{36}{3}$ سم^2
32 سم^2=32سم^2

السؤال السابع عشر:
مستطيل محيطه 7 سم و مساحته 3 م^2 أوجد طوله و عرضه.
الحل:
نفرض أن طول المستطيل س وعرضه ع
مساحة المستطيل= س × ع
3= س × ع (١)
محيط المستطيل= 2(س+ع)
7= 2(س+ع)
$\frac{7}{2}$= س+ع (٢)
من (٢) لدينا ع= $\frac{7}{2}$ - س نعوض في (١) فيكون لدينا:
س ($\frac{7}{2}$ - س)=3
$\frac{7}{2}$ س – س^2 = 3
7س –2 س^2 –6=0
2س^2-7س +6=0
$\Delta = (-7)^2 - 4 (2) (6) = 49 - 48 = 1$ ومنه يكون :
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$
س١= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2 ρ} = \frac{+7-1}{2(2)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ و هو طول المستطيل فيكون عرضه ع١= $\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2}$ =2 و هذا حل مرفوض لأن الطول يجب أن يكون أكبر من العرض.
س٢= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2 ρ} = \frac{+7+1}{2(2)} = \frac{8}{4}$ = 2 وهو طول المستطيل فيكون عرضه ع٢= $\frac{7}{2}$ – 2 = $\frac{7-4}{2} = \frac{3}{2}$ و هذا الحل مقبول و هو المطلوب.

السؤال الثامن عشر:

شكلان مربعان يزيد طول أحدهما على طول ضلع الآخر بمقدار 3 فإذا علمت أن مجموع مساحتي المربعين يساوي 65 فاحسب طول ضلع كل منهما.

الحل:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س فيكون الثاني س+3

مساحة المربع الأول= س^2

مساحة المربع الثاني= (س+3)^2=س^2+6 س +9

س^2+س^2+6 س+ 9=65

س^2+3 س- 28=0

$\Delta= 3^2-4(1)(-28)=9+112=121$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{121}=11$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{-3-11}{2}$= -7 مرفوض.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{-3+11}{2}$ = 4 و هو طول ا:لضلع الأول. فيكون طول الضلع الثاني= 4+3=7 و هو المطلوب.

للتأكد: 16+49=65

السؤال التاسع عشر:

مربعان مجموع مساحتيهما 146 سم^2 و مجموع طولي و مجموع طولي ضلعيهما 16 سم أوجد طول ضلع كل منهما.

الحل:

طريقة أولى:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س فيكون طول الضلع الثاني 16 – س

مساحة المربع الأول= س^2

مساحة المربع الثاني= (16-س)^2 = 256 -32 س+ س^2

س^2+256-32س + س^2 = 146

2س^2-32 س + 110=0

س^2-16 س + 55=0

$\Delta= (-16)^2-4(1)(55)=256-220=36$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{36}=6$

س$_1$ = $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{+16+6}{2(1)}=\frac{22}{2}$ = 11 و هو طول ضلع المربع الأول فيكون طول ضلع المربع الثاني 16- س$_1$=16-11=5

أو إما:

س$_2$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{+16-6}{2(1)}=\frac{10}{2}$ =5 و هو طول ضلع المربع الأول فيكون طول ضلع المربع الثاني 16- س$_2$=16-5=11 و هو المطلوب.

طريقة ثانية:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س و طول ضلع المربع الثاني ع فيكون

س+ع=16 (١)

س^2+ع^2=146 (٢)

من (١) لدينا ع=16-س نعوض في (٢) فيكون لدينا:

س^2+(16-س)^2=146 ثم نكمل الحل كالسابق.

السؤال العشرون:

عددان طبيعيان يزيد أحداهما على الآخر بمقدار 7 و ضعفا مربع أصغرهما يزيد على العدد الكبير بمقدار 38 أوجد هذين العددين.

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+7

2 س^2=س+7+38

2س^2-س -45=0

$\Delta= (-1)^2-4(2)(-45)=1+360=361$ و منه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{361}=19$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{+1-19}{2(2)}$ = -6 مرفوض لأن العدد الطبيعي لا يكون سالب.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ}=\frac{+1+19}{2(2)}$= 5 و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير هو 5+7=12 و هو المطلوب.

السؤال الواحد و العشرون:

إذا كان عمر أحمد ينقص عن عمر خالد بمقدار 5 سنوات و كان العدد الدال على مجموع مربعي عمريهما يساوي 325 فاحسب عمر كل منهما الآن.

الحل:

نفرض أن عمر خالد س فيكون عمر أحمد س-5

مربع عمر خالد = س^{2}

مربع عمر أحمد =(س-5)^{2}= س^{2}-10س+25

س^{2}+س^{2}-10س+25=325

2س^{2}-10س +25-325=0

س^{2}-5س-150=0

$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(-150) = 25+600 = 625$ و منه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{+5-25}{2(1)}$ = -10 حل مرفوض لأن الأعمار لا يمكن أن تكون سالبة.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{+5+25}{2(1)}$ = 15 سنة و هو عمر خالد فيكون عمر أحمد هو 15- 5=10 سنوات و هو المطلوب.

السؤال الثاني و العشرون:

أوجد عددين طبيعيين إذا علمت أن أحدهما يزيد 2 على الآخر و مجموع مربعيهما 34 .

الحل:

نفرض أن العدد الصغير س فيكون العدد الكبير س+2.

س^{2}+(س+2)^{2}=34

س^{2}+س^{2}+4س+4- 34= 0

س^{2}+2 س-15=0

$\Delta = 2^2 - 4(1)(-15) = 4+60 = 64$ ومنه يكون لدينا:

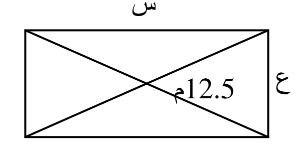
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{-2-8}{2(1)} = \frac{-10}{2}$ = -5 الحل مرفض لأن الأعداد المطلوب طبيعية.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{-2+8}{2(1)} = \frac{6}{2}$ = 3 و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير 3+2=5 و هو المطلوب.

السؤال الثالث و العشرون:

أوجد بعدي مستطيل محيطه 35 م و طول قطره 12.5 م



الحل :

نفرض أن طول المستطيل س و عرضه ع

محيط المستطيل= 2 (س+ع)

35=2 (س+ع)

$\frac{35}{2}$= س+ع (١)

من (١) لدينا: ع= $\frac{35}{2}$- س

حسب نظرية فيثاغورث نكتب:

ل^{2}[ب حـ] + ل^{2}[حـ ء]= ل^{2}[بء]

($\frac{35}{2}$ -س)^{2} + س^{2}= $(\frac{25}{2})^2$

$\frac{1225}{4}$ – 35 س +2س^{2} =$\frac{625}{4}$

2س^{2} - 35 س +150=0

$\Delta = (-35)^2 - 4(2)(150) = 1225 - 1200 = 25$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

س$_1$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{+35-5}{2(1)} = \frac{30}{2(2)} = \frac{15}{2}$ و هو طول المستطيل فيكون العرض $\frac{35}{2}$ - $\frac{15}{2}$ = $\frac{20}{2}$ =10 الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من عرضه.

س$_2$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{+35+5}{2(2)} = \frac{40}{4}$ = 10 و هو طول المستطيل فيكون العرض $\frac{35}{2}$ - 10 = $\frac{35-20}{2} = \frac{15}{2}$ و هو المطلوب.

السؤال الرابع و العشرون:

مستطيل طوله خمسة أمثال عرضه فإذا علمت إذا كانت مساحته 1620 م٢ فأوجد بعديه.

الحل:

نفرض أن عرض المستطيل س فيكون طوله 5 س

س × 5 س= 1620

5 س٢=1620

س٢ = 324

إما س= -18 الحل مرفوض.

أو إما س= 18م و هو عرض المستطيل فيكون الطول = 5 (18)= 90م. و هو المطلوب.

للتأكد: 90 × 18 = 1620

السؤال الخامس و العشرون:

عدد طبيعي أصغر تماماً من 10 إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج 40 أوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن هذا العدد س فيكوم لدينا:

س٢+3 س= 40

س٢+3 س – 40=0

$\Delta= 3^2 - 4\ (1)\ (-40)= 9+160 =169$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta}= \sqrt{169}=13$

$س_1= \frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\ \rho} = \frac{-3-13}{2(1)} = \frac{-16}{2} = -8$ حل مرفوض لأن العدد طبيعي.

$س_2= \frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{2\ \rho} = \frac{-3+13}{2(1)} = \frac{10}{2} = 5$ و هو المطلوب.

السؤال السادس و العشرون:

حل بيانياً و جبرياً جملة المعادلتين التاليتين:

س-ع=1 (١)

س+ع=3 (٢)

نحل بيانيا:

س-ع=1 : س=0 و منه ع=-1 $ن_1$(0,-1)

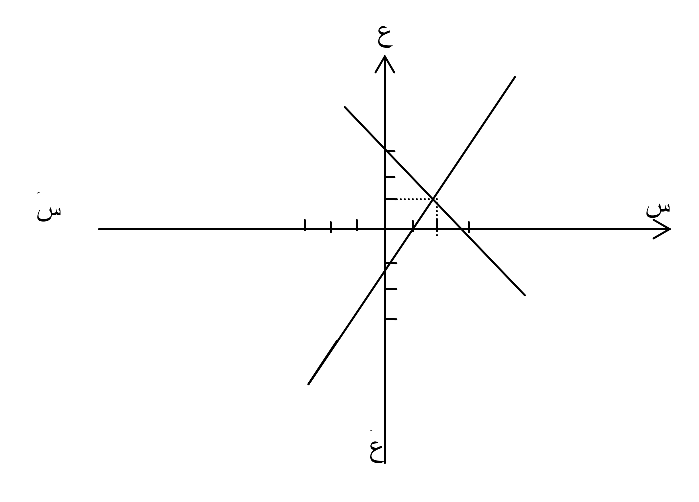
ع=0 ومنه س=1 $ن_2$(1,0)

س+ع=3 : س=0 ومنه ع= 3 $ن_3$(0,3)

ع= 0 و منه س= 3 $ن_4$ (3,0)

من الرسم يبين لنا أن :

س= 2 و ع= 1 و هو المطلوب.



نحل جملة المعادلتين جبرياً فيكون:

من (١) لدينا:

س=ع+1نعوض في (٢)

ع+1+ع=3

2ع+1=3

2ع=2

ع = 1

س=ع+1 ⟸ س=1+1=2 و هو المطلوب.

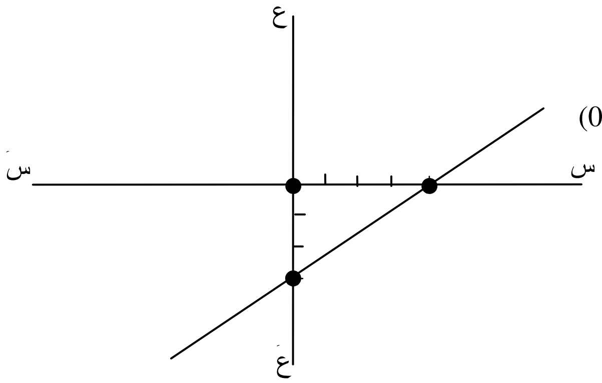
السؤال السابع و العشرون:

ارسم المستقيم الذي معادلته 3 س-4ع – 12 =0

الحل:

س=0 ومنه -4 ع = 12 ع= $\frac{12}{-4}$ = -3 ⟸ (0,-3)

ع=0 و منه 3س -12 =0 ⟸ 3س= 12 ومنه س= $\frac{12}{3}$ = 4 (4,0)



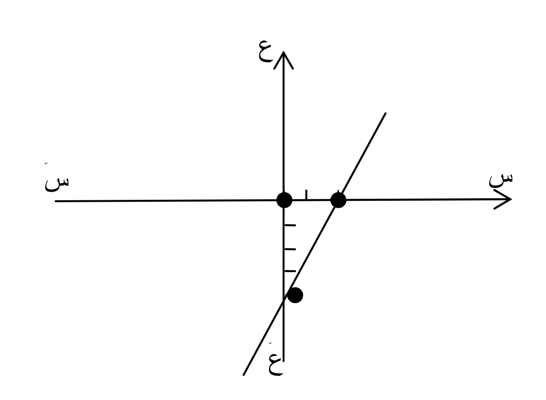
السؤال الثامن و العشرون:

ارسم المستقيم ع+4 =2 س و هل النقطة ρ(-1,-4) تنتمي إلى هذا المستقيم.

الحل:

ع=0 و منه 4= 2 س و منه س= 2 (2,0)

س=0 ومنه ع = -4 (0,-4)



ρ(-1,-4)

نعوض هذه النقطة في معادلة المستقيم:

-4 +4= 2 (-1)

0 ≠ -2 و النقطة ρ(-1,-4) لا تنتمي إلى المستقيم لأنها لا تحقق معادلته.

السؤال التاسع و العشرون:

المهندس خالد لاعب رياضي يركض يومياً حوالي 200 م على طريق مستطيل الشكل طول 250 م فإذا علمت أن مساحة الطريق التي يركض عليها هي 2200 م٢

و المطلوب احسب عرض المستطيل و محيطه في المسافة التي يركض عليها المهندس خالد .

الحل:

لدينا طول المستطيل في المسافة التي يركض عليها هي 200

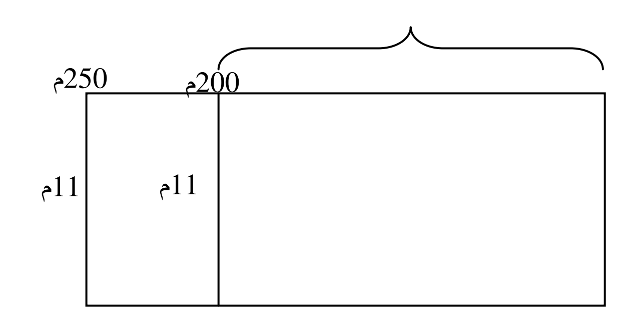
نفرض عرض المستطيل ع

مساحة المستطيل = س× ع

2200= 200 × ع

ع= $\frac{2200}{200}$ = 11 م و هو عرض المستطيل.

محيط المستطيل = 2(200+11)=422 م



السؤال الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانباً ب حـ ء مثلث قائم الزاوية في ب حيث ل[ب حـ]=12 ل[حـ ء]= 13 احسب النسب المثلثية للزاوية حـ.

الحل:

حسب فيثاغورث نكتب:

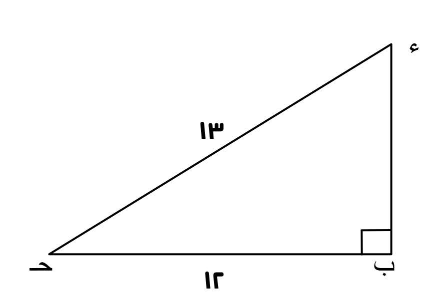
ل٢[حـ ء]=ل٢[ب حـ]+ل٢[ب ء]

169 = 144 + ل٢[ب ء]

ل٢[ب ء]= 169-144 = 25

ل[ب ء]= 5

حب حـ = $\frac{\text{المقابلة}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ل[بء]}}{\text{ل[حـء]}}$ = $\frac{5}{13}$



تحب حـ= $\frac{\text{المجاورة}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ل[ب حـ]}}{\text{ل[حـ ء]}} = \frac{12}{13}$

ظل حـ= $\frac{\text{المقابلة}}{\text{المجاورة}} = \frac{\text{ل[ب ء]}}{\text{ل[ب حـ]}} = \frac{5}{12}$

تظل حـ= $\frac{\text{المجاورة}}{\text{المقابلة}} = \frac{12}{5}$ و هو المطلوب.

السؤال الواحد و الثلاثون:

اشترى رجل عدد من الدفاتر بمبلغ 320 ليرة سورية و لو نقص سعر الدفتر 1 لزاد عدد الدفاتر التي يشتريها بنفس المبلغ 16 دفتر احسب ثمن شراء الدفتر الواحد.

الحل:

نفرض أن ثمن الدفتر س

عدد الدفاتر= $\frac{320}{\text{س}}$

بعد النقصان ثمن الدفتر= س-1

عدد الدفاتر= $\frac{320}{\text{س}-1}$

$\frac{320}{\text{س}} + \frac{16}{1} = \frac{320}{\text{س}-1}$

س-1   س(س-1)   س

مجموعة التعريف ح/ { 0,1+ }

شروط الاختزال س≠ 0 و س ≠ +1

320(س-1)+16 س(س-1)=320 س

320 س-320 +16 س^{٢}-16 س – 320 س= 0

16س^{٢}- 16 س -320 =0

س^{٢} - س – 20 =0

(س-5) (س+4)=0

إما: س-5=0 ومنه س= 5 ثمن الدفتر و هو المطلوب.

أو س-4=0 ومنه س=-4 مرفوض الحل.

السؤال الثاني و الثلاثون:

اشترت مؤسسة عدد من الصحون بمبلغ 500 ليرة سورية و لو زاد سعر الصحن الواحد 5 ليرة سوري لنقص عدد الصحون التي تشتريها المؤسسة بنفس المبلغ 5 صحون احسب ثمن شراء الصحن الواحد.

الحل:

نفرض أن ثمن الصحن س

عدد الصحون= $\frac{500}{\text{س}}$

بعد الزيادة ثمن الصحن= س+5

عدد الصحون= $\frac{500}{\text{س}+5}$

$\frac{500}{\text{س}} - \frac{5}{1} = \frac{500}{\text{س}+5}$

$\frac{500}{\text{س}} - \frac{5}{1} = \frac{500}{\text{س}+5}$

س+5   س(س+5)   س

مجموعة التعريف ح/ { 0,-5 }

شروط الاختزال س≠ 0 و س ≠ -5

500 (س+5)-5 س (س+5)= 500 س

500 س+2500 -5س^{٢}-25س-500س=0

-5س^{٢} -25 س+2500=0

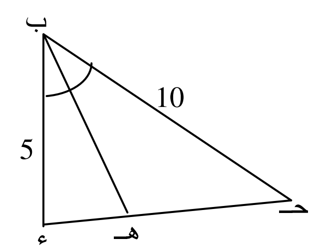
س^{٢}+5س-500=0

$\Delta = (5)^2 - 4\ (1)\ (-500) = 25 + 2000 = 2025$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2025} = 45$

س$_1$= $\frac{-\text{ب}+\sqrt{\Delta}}{2\ \text{ρ}} = \frac{-5+45}{2(1)} = \frac{40}{2} = 20$ و هو ثمن الصحن الواحد.

س٢= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{2\,\rho}$ = $\frac{-5-45}{2(1)}$ = -25 مرفوض الحل.



السؤال الثالث و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانباً ب حـ ء مثلث فيه ب هـ منصف داخلي للقطاع ب⌒ حيث لدينا:

ل[ب حـ]=10 ل[ب ء]=5 ل[حـ ء]= 6

احسب ل[حـ هـ] ، ل[هـ ء]

الحل:

حسب نظرية المنصف الداخلي نكتب :

$\frac{ل[هـ حـ]}{ل[هـ ء]} = \frac{ل[ب حـ]}{ل[ب ء]}$ ⟸ $\frac{ل[هـ حـ]}{ل[هـ ء]} = \frac{10}{5}$

نجمع البسط للمقام فيكون:

$\frac{ل[هـ حـ]}{ل[هـ ء]+ل[هـ حـ]} = \frac{10}{10+5}$

$\frac{ل[هـ حـ]}{6} = \frac{10}{15}$ و منه 15 ل[هـ حـ]=60

ل[هـ حـ]= $\frac{60}{15}$ = 4

فيكون ل[هـء]= 6- 4 = 2

السؤال الرابع و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانباً:

ب حـ ء مثلث و الأطوال على الشكل أثبت أن ب ن منصف داخلي للقطاع ب

حـ
2
1
ن
3
ب
6
ء


الحل:

حسب نظرية عكس المنصف الداخلي نكتب:

إذا كان:

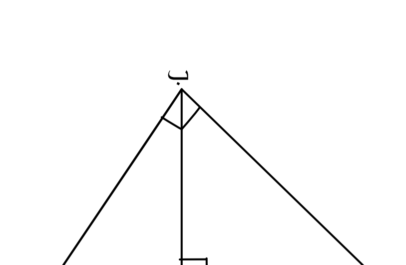
$\frac{ل[ن حـ]}{ل[ن ء]} = \frac{ل[ب حـ]}{ل[ب ء]}$ عندئذ يكون ب ن منصف داخلي.


نعوض فيكون لدينا:

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ و منه 6 =6 ومنه فإن ب ن منصف داخلي للقطاع ب حسب النظرية العكس للمنصف الداخلي.


السؤال الخامس و الثلاثون:


في الشكل المرسوم جانباً:



ب حـ ء مثلث قائم الزاوية و ب ن ارتفاع ل[حـ ء]=5 ، ل[ب حـ]= 4

احسب ل[ب حـ] و ل[ب ن] و ل[حـ ن] و حـ ن حـ

الحل:

حسب نظرية فيثاغورث نكتب:

ل٢[حـ ء]= ل٢[ب حـ]+ ل٢[ب ء]

25= 16+ ل٢[ب ء]

ل٢[ب ء]= 25 – 16 = 9

ل[ب ء]= 3

لحساب الارتفاع ب ن حسب نظرية في المثلث القائم (جداء طولي الضلعين القائمين يساوي الوتر × الارتفاع المتعلق به).


نطبق النظرية فيكون:

ل[ب ء] × ل[ب حـ]= ل[حـء] × ل[ب ن]

3 × 4 = 5 ل[ب ن]

12= 5 ل[ب ن]

ل[ب ن]= $\frac{12}{5}$

لحساب المرتسم حـ ن حسب نظرية في المثلث القائم (مربع طول الضلع القائمة يساوي الوتر × مرتسم تلك الضلع عليه)

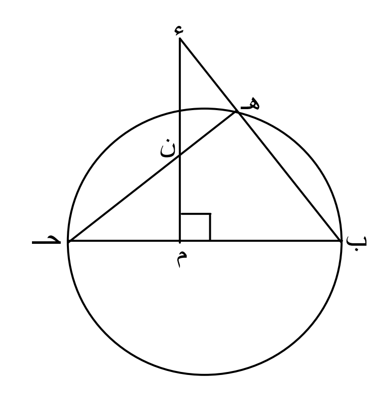
نطبق النظرية فيكون:

ل^2[ب حـ]= ل[حـ ء] × ل [حـ ن]

16= 5 ل[حـ ن]

ل[حـ ن]= $\frac{16}{5}$

حب حـ= $\frac{\text{المقابلة}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{3}{5}$ و هو المطلوب.



السؤال السادس و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانباً: لدينا م ء ⊥ ب حـ و المطلوب:

أ- برهن أن المثلثين ب م ء ، ب هـ حـ متشابهان.

ب- برهن أن ب م ن هـ رباعي دائري.

الحل:

الزاوية م = 90° من الفرض

هـ = 90° لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة.

ولدينا ب زاوية مشتركة.

م=هـ

فالمثلثين متشابهين حسب نظرية (يتشابه مثلثين إذا تساوت زاويتان من الأول مع زاويتان من الثاني).

هـ = 90° لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة.

م = 90° من الفرض

م+ هـ= 180°

فالرباعي ب م ن هـ رباعي دائري حسب المعيار يكون الرباعي دائري إذا كان فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان. و هو المطلوب.

السؤال السابع و الثلاثون:

أوجد قيمة س إذا كان لدينا $\frac{\text{س}+1}{2} = 5$

الحل:

س+1= 10 و منه س= 10-1 = 9 و هو المطلوب.

السؤال الثامن و الثلاثون:

أوجد قيمة س إذا كان لدينا $\frac{\text{س}+9\text{س}+15}{6} = \frac{100}{-8+3}$

$\frac{10\text{س}+15}{6} = \frac{100}{-5}$

-5 (10س+15) = 6 ×100

-50 س -75 = 600

50 س = -600 +75

50 س= -525

س= $\frac{-525}{50}$ = -10.5

السؤال التاسع و الثلاثون:

في صفك 4 طلاب نريد أن نختار منهم 3 طلاب ليقوموا بتشغيل و صيانة حاسب المدرسة فبكم طريقة يمكن أن يتم هذا الاختيار ؟

الحل:

عدد الطرق = ق (3,4)= $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3}$ = $\frac{24}{6}$ = 4 طرق.

السؤال الأربعون :

حديقة لها ستة أبواب فبكم طريقة يمكن الدخول و الخروج من الحديقة علماً أن باب الذي يدخل منه لا يمكن الخروج منه.

ت(5,6)= 6 × 5 = 30 طريقة و هو المطلوب.

السؤال الواحد و الأربعون:

كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تكوينه من الأعداد التالية: 1,4,9 على أن تكون أرقام العدد مختلفة.

الحل:

ت (3,3)= 3 × 2 × 1 = 6 طرق.

السؤال الثاني و الأربعون:

في الشكل المرسوم جانباً:

لدينا: (م، 2) دائرة فيها ب ء مماس حيث ل[ب ء]= 3 و م ن ⊥ حـ ء و المطلوب:

١. ما نوع المثلث ب حـ ء و لماذا
٢. احسب ل[حـ ء] و ل[هـ حـ]
٣. احسب حب ء و ظا ء
٤. برهن تشابه المثلثين م حـ ن ، ب حـ ء
٥. احسب ل[م ن] و ل[ن حـ]
٦. احسب نسبة تشابه المثلثين م حـ ن و ب حـ ء
٧. برهن أن ب م ن ء رباعي دائري
٨. ما هو قطر الدائرة المارة برؤوس الرباعي ب م ن ء.

ء هـ ن حـ م ب

الحل:

المثلث ب حـ ء قائم الزاوية في ب لأن المماس ب ء عمودي على نصف القطر في نقطة التماس

حسب نظرية فيثاغورث نكتب:

$ل^2$[حـ ء]= $ل^2$[ب ء]+ $ل^2$[ب حـ]

$ل^2$[حـ ء]= 9+16 = 25

ل[حـ ء]= 5

لدينا ب هـ ارتفاع في المثلث القائم ب حـ ء لأن هـ زاوية قائمة لأن زاوية محيطية تقابل لقوس نصف دائري ومنه نستنتج أن:

حـ ء وتر في المثلث القائم ب حـ ء و هـ حـ مرتسم للضلع القائم ب حـ في المثلث ب حـ ء و حسب نظرية في الملثلث القائم

نكتب : مربع طول الضلع القائم يساوي جداء الوتر في المرتسم المتعلق به.

$ل^2$[ب حـ]= ل[حـ ء] × ل[هـ حـ]

16= 5 ل[هـ حـ]

ل[هـ حـ]= $\frac{16}{5}$

حب ء = $\frac{المقابلة}{الوتر}$ = $\frac{4}{5}$ ظا ء = $\frac{المقابلة}{المجاورة}$ = $\frac{3}{4}$

لدينا في المثلثين م حـ ن و ب حـ ء زاوية مشتركة و هي حـ و لدينا ب= 90° لأن المماس عمودي على نصف القطر و لدينا م ن يعامد حـ ء ومنه ن= 90° ومنه ن= ب فالمثلثان متشابهان حسب نظرية التشابه (يتشابه مثلثان إذا تساوت زاويتان من الأول مع زاويتان من الثاني).

م حـ ن
ء حـ ب

$\frac{ل[م حـ]}{ل[ء حـ]}$ = $\frac{ل[حـ ن]}{ل[حـ ب]}$ = $\frac{ل[م ن]}{ل[ء ب]}$

نعوض فيكون: $\frac{2}{5}$ = $\frac{ل[حـ ن]}{4}$ = $\frac{ل[م ن]}{3}$

ومنه ل[حـ ن] = $\frac{8}{5}$

ل[م ن] = $\frac{6}{5}$

نسبة التشابه = $\frac{2}{5}$

لدينا ب= 90° لأن المماس عمودي على نصف القطر ن= 90° من فرض المسألة ومنه ب+ن = 180°

فالرباعي ب م ن ء دائري حسب معيار (يكون الرباعي دائري إذا كان فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان).

إن المثلث م ب ء قائم الزاوية في ب فيكون الوتر م ء هو قطر الدائرة المارة برؤوس الرباعي ب م ن ء حسب النتيجة التي تقول (وتر المثلث القائم هو قطر للدائرة المارة برؤوسه) و هو المطلوب.

السؤال الثالث و الأربعون:

حل جملة المعادلتين بيانياً و تأكد من الناتج الحل البياني بحلهما جبرياً:

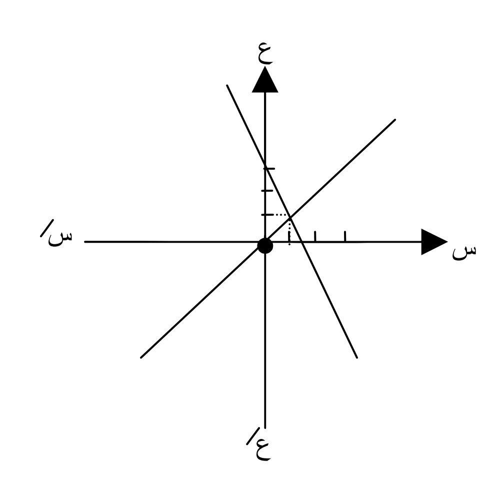
س – ع = 0 (١)

2س+ع = 3 (٢)

نرسم المستقيم: س-ع=0 : س=0 ⟸ -ع=0 ومنه ع = 0 (0، 0) يمر من مبدأ الإحداثيات.

: ع= 0 ⟸ س- 0=0 ومنه س=0 (0،0).

نرسم المستقيم: 2س+ع=3 : س=0 ⟸ ع= 3 ومنه ع=0 (0،3).
: ع=0 ⟸ 2س=3 ومنه س= 1.5 (1.5،0)



من الرسم المبين يساراً نجد أن:
س=1 و ع= 1
للتأكد من صحة الحل نعوض في جملة المعادلات و نتأكد من صحة الحل.

نحل جملة المعادلات جبرياً:

من (١) لدينا س=ع نعوض في (٢) فيكون لدينا:
2(ع)+ع=3 ومنه 3ع=3 ومنه ع= $\frac{3}{3}$ = 1
لدينا س=ع ومنه س=1 و هو المطلوب.

السؤال الرابع و الأربعون:

حلل كل من التعابير التالية إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

١- 2 س -6
الحل: = 2(س-3)
٢- س^2 -2 س
الحل:= س(س-2)
٣- س^2+س
الحل: = س(س+1)
٤- 3س- 15
الحل:= 3(س-5)
٥- 2 س^2 - س
الحل:= س(2 -س)
٦- س^2 - 3س
الحل:= س(س-3)
٧- 4س+4
الحل:= 4 (س+1)
٨- 2س+4
الحل: 2 (س+2)
٩- س^2+5 س
الحل:= س(س+5)
١٠- 5 س- 10
الحل:= 5 (س-2)
١١- 2 س^2+4 س
الحل:= 2س(س+2)
١٢- س^2 - 7س
الحل:= س(س-7)

حلل كل من مما يلي إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

١- س^2 - 25
الحل:= (س-5)(س+5)
٢- س^2-9
الحل:= (س-3)(س+3)
٣- س^2-1
الحل:= (س-1)(س+1)
٤- ع^2- 49
الحل:= (ع-1)(ع+1)
٥- 4 س^2- 9 ع^2
الحل:= (2 س-3ع)(2س+3ع)
٦- 25 س^2- 81 ع^2
الحل:= (5 س-9ع)(5س+9ع)
٧- س^2 - 121
الحل:= (س-11)(س+11)
٨- س^2 $-\frac{ع^2}{25}$
الحل:= (س- $\frac{ع}{5}$) (س+ $\frac{ع}{5}$)
٩- ($\frac{س^2}{16}$ $-$ $\frac{ع^2}{25}$)
الحل:= ($\frac{س}{4}$ - $\frac{ع}{5}$) ($\frac{س}{4}$ + $\frac{ع}{5}$)
١٠- (س+3)^2 -4
الحل: س^2+6 س+9-4= س^2+6س+5
= (س+1)(س+5)

السؤال الخامس و الأربعون:

عمر خالد ينقص عن عمر محمود بمقدار 4 سنوات وبعد 5 سنوات يصبح العدد الدال على جداء عمريهما يساوي 221 احسب عمر كل منهما الآن.

الحل:

نفرض عمر محمود س فيكون عمر خالد س-4 و بعد خمس سنوات يصبح عمر محمود س+5 وعمر خالد س+1

(س+5)× (س+1)=221

س^٢+س+5س+5 -221=0

س^٢+6س-216=0

Δ= 6^2 – 4 (1)(-216)= 36+864= 900

√Δ = √900 = 30

س١= (- ب + √Δ) / 2(1) = (- 6 +30) / 2 = (+24) / 2 = 12 و هو عمر محمود فيكون عمر خالد س١- 4 = 8 و هو المطلوب.

أو

س٢ = (-ب - √Δ) / 2(1) = (-6 – 30) / 2 = -18 مرفوض.

السؤال السادس و الأربعون:

مستطيل طوله 3 أمثال عرضه فإذا علمت أن العدد الدال على مساحته يزيد 16 على محيطه فاحسب بعديه.

الحل:

نفرض أن عرض الملعب س فيكون الطول 3س

س(3س)= 2 (س+3س)+16

3س^٢ = 2 س+6 س+16

3س^٢ = 8س+16

3س^٢ - 8 س-16 =0

Δ= (-8)^٢ - 4 (3) (-16)= 64+192 =256 ومنه يكون:

√Δ =√256= 16

س١= (- ب + √Δ) / 2(3) = (+8 +16) / 6 = 24 / 6 = 4 و هو عرض المستطيل فيكون طوله 3 س١= 3 (4)= 12 و هو المطلوب.

أو

س٢= (- ب -√Δ) / 2(3) = (+8 - 16) / 6 = (- 8) / 6 مرفوض.

السؤال السابع و الأربعون:

اختزل التركيب الكسرى التالي مع ذكر شرط الاختزال و مجموعة التعريف:

(س٢ - س) (س٢+2 س + 1) / (س^٢ - 1) (س^٢ -5 س -6)

الحل:

س(س-1) (س+1)(س+1) / (س-1)(س+1) (س-6)(س+1)

شرط الاختزال: س-1 ≠ 0 ومنه س ≠ 1

س+1 ≠ 0 ومنه س ≠ -1

س-6 ≠ 0 ومنه س ≠ 6

ومنه مجموعة التعريف تكون: ح/ { -1، +1، +6 }

نختصر الكسر أعلاه فيكون:

س / (س- 6) و هو المطلوب.

السؤال الثامن و الأربعون:

أوجد ميل المستقيمات التالية:

١- ع= 2 س+3
الحل: مــ = 2

٢- 2ع= 8س+16
الحل: ع= 4س+8
ومنه الميل مــ=4

٣- ع-2س=8
الحل: ع=2س+8
الميل مــ= 2

السؤال التاسع و الأربعون:

أوجد العوامل الأولية للعدد الصحيح الموجب 150

150 = 2 × 3 × 5 × 5

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

السؤال الخمسون:

حلل كلا من مما يلي إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

١- 2 ب^2 + ب حـ + 4 ب +2 حـ
الحل:= ب (2 ب + حـ) + 2 (2 ب + حـ)
= (2 ب+ حـ) (ب + 2)

٢- 2 س^2 - 5 ع +2 س ع – 5 س
الحل:= 2س(س+ع) -5 (س+ع)
= (س+ع) (2س-5)

٣- 2 س ع – 6 س +5 ع – 15
الحل:= 2 س(ع- 3) +5 (ع- 3)
= (ع-3) (2س+5)

السؤال الواحد و الخمسون:

حل جملة المعادلات التالية:

$س_1$+2 $س_2$=11
$س_1$+$س_2$= 6

السؤال الثاني و الخمسون:

عددان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار 4 ومجموع مقلوبيهما يساوي $\frac{2}{3}$ أوجد هذين العددي

الحل:

نفرض أن العدد الصغير س فيكون الكبير س+4 و يكون لدينا:

$\frac{1}{س} + \frac{1}{س+4} = \frac{2}{3}$

$\frac{س+4+س}{س(س+4)} = \frac{2}{3}$

$\frac{2س+4}{س^2+4س} = \frac{2}{3}$

3 (2 س+4)= 2 (س^2+4س)
6 س+12 = 2 س^2+8 س
2س^2+8س- 6 س -12 =0
2 س^2 +2 س -12 =0
س^2 +س – 6 =0

Δ= ب^2- 4 (ρ) (حـ)   ب= 1   ρ= 1   حـ= -6
Δ= 1^2 – 4 (1) (-6)= 1 +24 = 25 ومنه يكون لدينا:
$\sqrt{Δ}$ = $\sqrt{25}$ = 5

$س_1$= $\frac{-ب+\sqrt{Δ}}{2ρ}$ = $\frac{-1 + 5}{2(1)}$ = $\frac{4}{2}$ = 2 و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير هو $س_1$+4 = 2+4= 6
و هو المطلوب.

أو:

س٢= - ب + √∆ / 2ρ = -1 - 5 / 2(1) = - 6 / 2 = -3 مرفوض.

السؤال الثالث و الخمسون:

أوجد قيمة هـ حتى يمر المستقيم ع= 2 س+هـ بالنقطة (-3 ، +2) ثم ارسم المستقيم.

وعين النقطة (-3,+2) بالرسم البياني.

الحل:

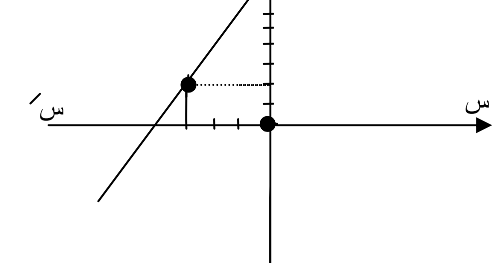
نعوض النقطة في المعادلة حيث لدينا س=-3 و ع= +2 فيكون لدينا:

2 =2 (-3)+هـ ومنه هـ = 2+ 6 = 8

ع=2س+8

س=0 ومنه ع= 8 (0، 8)

ع=0 ومنه 2س+8 =0 ومنه 2 س= -8 ومنه س=-4 (-4، 0)



السؤال الرابع و الخمسون :

أوجد القاسم المشترك الأعظم للأعداد الصحيحة الموجبة التالية: 48 ، 54 ، 66

الحل:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

54	2
27	3
9	3
1	

66	2
33	3
11	11
1	

$48= 2^4 \times 3$

$54= 2 \times 3^2$

$66= 2 \times 3 \times 11$

نأخذ الأعداد الأولية المشتركة و بأصغر أس فيكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد و الذي نرمز له بالرمز ق.م.أ

ق.م.أ(66,54,48)= $2 \times 3 = 6$.

السؤال الخامس و الخمسون:

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الصحيحة الموجبة التالية: 48 , 54 , 66

الحل:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

54	2
27	3
9	3
1	

66	2
33	3
11	11
1	

$48= 2^4 \times 3$

$54= 2 \times 3^2$

$66= 2 \times 3 \times 11$

نأخذ العوامل المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس فيكون المضاعف المشترك الأصغر للأعداد و الذي نرمز له بالرمز م.م.أ

م.م.أ (66,54,48)= $2^4 \times 3^2 \times 11 = 1584$

السؤال السادس و الخمسون:

أذا كانت بواقي قسمة العدد الطبيعي س على الأعداد 65 ، 125 ، 165 هي الأعداد 63 ، 123 ، 163 على الترتيب و المطلوب إيجاد أصغر قيمة للعدد س.

الحل:

س= 65 × ك١ +63 ملاحظة: ك١ تمثل ناتج قسمة س على 65

س+2 = 65 ك١+65

س+2 = 65 (ك١+1)

أي أن س+2 مضاعف للعدد 65 .

و بشكل مشابه:

س=125 × ك٢ + 123 ملاحظة: ك٢ تمثل ناتج قسمة س على 125

س+2 = 125 ك٢+125

س+2 = 125 (ك$_{٢}$+1)
أي س+2 مضاعف للعدد 125

و بشكل مشابه:
س=165 × ك$_{٢}$ + 163   ملاحظة: ك$_{٣}$ تمثل ناتج قسمة س على 165
س+2 = 165 ك$_{٢}$+163
س+2 = 165 (ك$_{٢}$+1)
أي س+2 مضاعف للعدد 165
ومنه أصغر قيمة للعدد س+2 = م،م،أ(165,125,65)

65	5
13	13
1	

125	5
25	5
5	5
1	

165	3
55	5
11	11
1	

$65 = 5 \times 13$
$125 = 5^3$
$165 = 3 \times 5 \times 11$
م.م.أ(165,125,65)= $3 \times 5^3 \times 3 \times 11 = 53625$.=س+2
س= 53623 .

السؤال السابع و الخمسون:
إذا كانت بواقي قسمة الأعداد 1085 ، 2428 ، 2959 على العدد الطبيعي س هي الأعداد 5 ، 8 ، 9 على الترتيب أوجد أكبر قيمة للعدد س
الحل:
العدد س يقسم العدد 1085 – 5 = 1080
ويقسم العدد 2428- 8 = 2420
ويقسم العدد 2959- 9 = 2950

2950	2
1475	5
295	5
59	59
1	

2420	2
1210	2
605	5
121	11
11	11
1	

1080	2
540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$1080= 2^3 \times 3^3 \times 5$
$2420= 2^2 \times 5 \times 11^2$
$2950= 2 \times 5^2 \times 59$ فيكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد هو:
ق.م.أ (2950,2420,1080) = $2 \times 5 = 10$ وهي أكبر قيمة ممكنة لـــ س.

السؤال الثامن و الخمسون:
ثلاثة أعداد طبيعية متتالية ضعفي مجموع هذه الأعداد يساوي 36 أوجد هذه الأعداد.
الحل:
نفرض أن العدد الأول س فيكون القاني س+1 والثالث س+2
مجموعها= س+س+1 +س+2 = 3 س+3 = 3 (س+1)
ضعفي مجموعها= 6(س+1) ومنه يكون لدينا:
6 (س+1)= 36 ومنه س +1 = $\frac{36}{6}$
س+1 = 6 ومنه س= 5 وهو العدد الأول فيكون الثاني س+1 =6 والثالث س+2 = 7
للتأكد: 2 (5 +6 +7)= 2 (18)= 36 .

السؤال التاسع و الخمسون:

أوجد حل جملة المتراجحتين في ح:

2 س+ 1 > 7 - س (١)

3 س +2 >= 2 س+3 (٢)

من المتراجحة الأولى نجد أن: 2س+س > 7 – 1 ومنه س > 2 ومنه يكون مج١= [− ∞,2[

ومن المتراجحة الثانية نجد أن: 3 س-2 س >=3 -2 ومنه س ≤ 1 ومنه مج١=] 1 ، ∞ +[

وتكون مجموعة التعريف المشتركة للمتراجحتين هي مج= مج١ ∩ مج٢=] 1 , 2 [

السؤال الستون:

أوجد حل جملة المتراجحتين في ح :

8 س- 16 +19 > $\frac{15 \text{س} + 8}{2}$ (١)

2 (2 س- 3)>= $\frac{20 \text{س} + 3}{4}$ (٢)

من المتراجحة الأولى نجد أن: 2 (8س+3)> 15 س+ 8 ومنه : 16 س+6 > 15س + 8 ومنه: 16 س-15 س< 8 - 6

ومنه س< 2 ومنه مج١=] 2 ، ∞+[

ومن المتراجحة الثانية نجد أن: 8 (2 س - 3)>= 20 س+3

ومنه 16 س- 24 > = 20 س+3 ومنه : -24 – 3 >= 20 س - 16 س ومنه: -27 >= 4 س

ومنه س <= $\frac{-27}{4}$ ومنه مج١=] - ∞، $\frac{-27}{4}$]

مج= مج١ ∩ مج٢= Ø (لا يوجد مجموعة تعريف مشتركة بين المتراجحتين).

السؤال الواحد و الستين:

احسب أول خمسة حدود من المتوالية الهندسية حيث معلوم لدينا:

$a_2=4 \quad a_5= 32$

الحل:

من العلاقة: $a_n= a_1 r^{n-1}$

ومنه:

$a_2= a_1 \times r = 4 \quad ....(1)$

$a_5= a_1 \times r^4= 32 \quad ....(2)$

من (1) لدينا : $r=\frac{4}{a_1}$

نعوض في 2 فيكون لدينا:

$32= \quad a_1 \times \left(\frac{4}{a_1}\right)^4 = a_1 \times \frac{256}{a_1^4} = 32$

ومنه $\frac{256}{a_1^3} = 32$ ومنه $32\, a_1^3 = 256$ ومنه $a_1^3 = \frac{256}{32} = 8$ ومنه $a_1 = 2$ و $r = 2$

نعوض فيكون: $a_3= 2 \times 2^2=2\times4=8 \;,\; a_4= 2\times2^3=2\times8=16$

فتكون الحدود الخمسة هي:

2,4,8,16,32

السؤال الثاني و الستون:

أوجد مجموعة حلول المعادلات التالية في ح:

س١+س٢+س٣= 180

س١+2 س٢+ 3 س٣= 250

س١+2 س٢+2 س٣ = 200

ما نوع المعادلة التالية: ع=مــ س+ حــ حيث حــ ثابت

السؤال الثالث و الستون:

أجب بصح أو خطأ:

١- كل عدد أولي هو عدد حقيقي (خطأ)
٢- يوجد عدد غير منتهي من الأعداد (صح)
٣- يوجد عدد غير منتهي من الأعداد الأولية (صح)
٤- يوجد ضمن المجال المغلق [0..1] عدد غير منتهي من الأعداد (صح)
٥- القاسم المشترك الأعظم لعددين هو أصغر عدد صحيح يقبل القسمة على العددين (خطأ)
٦- يقال عن عددين أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان القاسم المشترك الأعظم لهما يساوي 1 (صح)
٧- لا تتغير قيمة كسر إذا إذا قسمنا بسط و مقامه على عدد لا يساوي الصفر (صح)
٨- تتغير قيمة كسر إذا ضربنا بسطه و مقامه بعدد لا يساوي الصفر(خطأ)
٩- عكس العدد 5 هو $+\frac{1}{5}$ (خطأ)
١٠- حاصل قسمة عددين طبيعيين غير معدومين على قاسمهما المشترك الأكبر هما عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما (صح)
١١- أي عدد س مرفوع للقوة 0 ($س^0$= 0) يكون الناتج صفر (خطأ).
١٢- المثلث القائم مجموع زواياه 180°. (صح)
١٣- مجموع زوايا أي مثلث هو 180°. (صح)
١٤- يكون مثلثان متشابهان إذا كانت زواياهما بنفس القياس أو أضلاعهما متناسبة (صح)
١٥- يتطابق مثلثان إذا كن لهما نفس الشكل والقياس بحيث تكون الزوايا المتناظرة فيهما متساوية و الأضلاع المتناظرة فيهما متساوية (صح)
١٦- القوة الخامسة للعدد ٢ هو العدد ٦٤ (خطأ)

اختر الإجابة الصحيحة:

ناتج العملية الحسابية التالية : 2 ÷5+9×2+2 هو:

a. 24
b. 15
c. 12.5
d. 29
e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة: قيمة س في المعادلة التالية $س^٣ - س^٤ = 2$ علماً أن س= 1 :

a. 3.375
b. 5.0625
c. 50.89 -
d. 1
e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة:

أكبر قيمة ممكنة لعدد التباديل لثلاث أعداد هي:

a. $27 = 3^3$
b. $8 = 2^3$
c. 9 =3×3
d. 4 =2×2
e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة: قيمة س في المعادلة التالية: $- س^٣ + 4 = 4-$ هو:

A. لا يمكن معرفة قيمة س.
B. 8
C. 2
D. 2-
E. 3

السؤال الرابع و الستون:

ليكن لدينا البيان الإحصائي التالي:

20,30,1,2,89,20 و المطلوب:

١- المدى.
٢- المنوال.
٣- المتوسط الحسابي.
٤- الوسيط (الوسط)

الحل:

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة فيكون المدى= 89 – 1 = 88

المنوال هو العنصر الأكثر تكراراً ومنه المنوال= 20

المتوسط الحسابي (المعدل) هو مجموع عناصر البيان على عددها فيكون المعدل= $\frac{20+30+1+2+89+20}{6} = \frac{162}{6} = 27$

لحساب الوسيط نرتب عناصر السلسلة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ونأخذ العنصر الواقع في الوسط في حال كان عدد العناصر فردي أما في حال عدد العناصر زوجي نأخذ العنصرين الواقعين في المنتصف ثم نقسم مجموعهما على 2:

نرتب عناصر البيان ترتيباً تصاعدياً: 89,30,20,20,2,1

ومنه الوسيط= $\frac{20+20}{2} = 20$

السؤال الخامس و الستون:

عددان صحيحان مجموعهما 1 وناتج جداهما يساوي - 6 أوجد هذين العددين.

الحل: نفرض العدد الأول س و الثاني ع فيكون س+ع= 1 ومنه س=1- ع

و س×ع= -6

نعوض:(1- ع) ×ع=-6 ومنه ع-ع^2= -6 ومنه ع^2- ع-6= 0

$\Delta = 1^2 - 4(1)(-6) = 1+24 = 25$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

ع$_1$= $\frac{-ب + \sqrt{\Delta}}{2(ρ)} = \frac{+1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$ و هو العدد الثاني فيكون العدد الأول س$_1$= 1- ع$_1$= 1-3 = -2

أو ع$_2$= $\frac{-ب - \sqrt{\Delta}}{2ρ} = \frac{+1 - 5}{2(1)} = \frac{-4}{2} = -2$ و هو العدد الثاني فيكون العدد الأول س$_2$= 1- ع$_2$= 1- (-2) =1+2=3

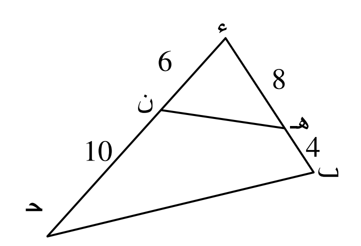
السؤال السادس و الستون:

في الشكل المرسوم جانباً:

ل[ء هـ]= 8 و ل[ن د]= 6 و ل[ب هـ]= 4 و ل[ن حـ]= 10 و المطلوب:

١- برهن تشابه المثلثين د ن هـ ، ب حـ ء متشابهان علما أن نسبة التشابه $\frac{١}{٢}$

٢- برهن أن ل[ب حـ]= 2 ل[ن هـ] .



الحل:

لدينا الزاوية ء زاوية مشتركة و لدينا $\frac{ل[ء ن]}{ل[ء ب]} = \frac{ل[ء هـ]}{ل[ء حـ]} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

ومنه المثلثان متشابهان.

الضلعان هــ ن و ب حـ متقابلان ومتناسبان: ومنه $\frac{ل[ن هـ]}{ل[ب حـ]} = \frac{1}{2}$ ومنه ل[ب حـ]= 2 ل[ن هـ]

نسبة تشابه المثلثين هو $\frac{1}{2}$ ومنه $\frac{\text{مساحة المثلث ء هـ ن}}{\text{مساحة المثلث ء حـ ب}}$ = مربع نسبة التشابه = $\frac{1}{4}$

السؤال السابع و الستون:

ليكن لدينا كثيري حدود

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$$
$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$$

والمطلوب:

إيجاد مجموع و فرق وضرب $f(x)$ بـ: $g(x)$ و $cf(x)$ حيث $c=5$.

الحل:

$f(x)+g(x)=x^3+2x^2-3x^2-5x+2x+3-5=x^3-x^2-3x-2$

$f(x)-g(x)=0-x^3+2x^2-(-3x^2)-5x-2x+3-(-5)=-x^3+5x^2-7x+8$

$f(x).g(x)=(2x^5-6x^4+4x^3-10x^2-5x^4+15x^3-10x^2+25x+3x^3-9x^2+6x-15)=$
$2x^5-11x^4+22x^3-29x^2+31x-15$

$c\times f(x)=5\times(2x^2-5x+3)=10x^2-25x+15$

السؤال الثامن و الستون:

لدينا تا(س)= 8 (س^2 – 25) / (س^2 – 2س – 15) اختزل التركيب الكسرى مع ذكر شروط الاختزال ثم أوجد تا(-1).

الحل:

8 (س^2 – 25) / (س^2 – 2س – 15) = 8 (س – 5) (س + 5) / (س-5)(س+3) ومنه: مجموعة التعريف = ح / { + 5 – 3 }

= 8 (س+5) / (س+3)

تا(-1)= 8 (4) / 2 = 16

السؤال التاسع و الستون:

حلل كل من التعابير التالية إلى عدد من العوامل:

- س^2 - 6 س +8

الحل:= (س-4)(س-2)

- س^2 - 9 ع^2

الحل: = (2س-3ع)(2س+3ع)

- 2 س^2 +2 ب س- حـ س - ب حـ

الحل: = 2 س(س+ب) – حـ(س+ب)= (س+ب)(2س- حـ)

السؤال السبعون:

أوجد عددين صحيحين مجموعهما 0 ومجموع مربعيهما 1250

الحل: نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني – س

س+(-س)=0 ومنه س=س

س^2 +(-س)^2=0

س^2 +س^2 = 1250

س^2 = 625

س^2= 625

إما: س= 25 و هو العدد الأول فيكون الثاني –س =-(25)=-25

أو س= -25 و هو العدد الأول فيكون الثاني –س =-(-25)=25

و هو المطلوب.

السؤال الواحد و السبعون:

أوجد عددين طبيعيين مجموعهما 42 و ناتج قسمة العدد الكبير على العدد الصغير يساوي 5 .

الحل: نفرض العدد الكبير س و الصغير ع فيكون:

س+ع=42 ومنه س=42 -ع

س ÷ ع=5 نعوض (42 –ع) ÷ ع = 5 ومنه 5ع=42 –ع ومنه 6ع=42 ومنه

ع= $\frac{42}{6}$ = 7 و هو العدد الصغير فيكون الكبير س=42 – ع =42- 7 = 35 و هو المطلوب.

السؤال الثاني و السبعون:

أوجد ناتج التعابير الرياضية التالية:

لدينا س=2 و ع=3 و ص=1

١- س×ع÷ص=

٢- س ÷ ع ÷ ص=

٣- $(س^٢)^ع$+ص=

٤- س×-ع-ص=

٥- س-ع-ص=

الحل:

١- 6

٢- $\frac{2}{3}$

٣- 65

٤- -7

٥- -2

السؤال الثالث و السبعون:

لدينا 5 كرات ثلاثة كرات لونها سوداء و كرتان لونهما أحمر موضعين ضمن صندوق و المطلوب

١- ما هو احتمال سحب كرة سوداء من الصندوق.

٢- ما هو احتمال سحب كرة واحدة (لا يشترط اللون) من الصندوق

الحل: نفرض أن الحدث س هو احتمال سحب كرة سوداء فيكون:

احتمال(س)= $\frac{3}{5}$ = 0.6 و هو المطلوب.

نفرض أن ص حدث سحب كرة ما من الصندوق فيكون:

احتمال(ص)= $\frac{1}{5}$ = 0.2 و هو المطلوب.

ملاحظة:في علم لاحتمالات مجموع الحدث ونفي الحدث مجموعهما دائماً واحد.

السؤال الرابع و السبعون:

عددان صحيحان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار 16 . إذا علمت أن مربع العدد الصغير يزيد على العدد الكبير بمقدار 26 فأوجد هذين العددين.

الحل:

نفرض العدد الصغير س فيكون العدد الكبير س+ 16

ولدينا: $س^٢$ = س+16+26

$س^٢$-س – 42=0

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-42) = 1+168 = 169$ ومنه يكون لدينا:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

ومنه: $س_١ = \frac{-ب + \Delta}{2ρ} = \frac{1+ 13}{2(1)} = \frac{14}{2} = 7$ و هو العدد الصغير فيكون الكبير $س_١$+16=7+16= 23 .

أو: $س_٢ = \frac{-ب - \Delta}{2ρ} = \frac{1+ - 13}{2(1)} = \frac{-12}{2} = -6$ و هو العدد الصغير فيكون الكبير =$س_٢$+16

$-6+16=10$ و هو العدد الكبير.
و هو المطلوب.

السؤال الخامس و السبعون:

اكتب ص بالشكل: $\rho\sqrt{ب}$ حيث ص= $\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + \sqrt{18}$

الحل:

ص= $\sqrt{4\times4\times2} - 2\sqrt{25\times2} + \sqrt{9\times2} = 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

ص= $\sqrt{2}\,(4-10+3) = -3\sqrt{2}$

و هو المطلوب.

السؤال السادس و السبعون:

عين الثابت ط ليكون للمعادلة $س^2 - (2ط-1)س + ط^2 = 0$ جذر مضاعف وأوجد الجذر في هذه الحالة.

الحل: $س^2 + (-2ط+1)س + ط^2 = 0$

$\Delta = (-2ط+1)^2 - 4\,(1)\,(ط^2) = 0$

$4ط^2 - 4ط + 1 - 4ط^2 = 0$

$-4ط + 1 = 0$

$4ط - 1 = 0$

$ط = \frac{1}{4}$

$س^2 + \frac{1}{2}س + \frac{1}{16} = 0$

$2س^2 + س + \frac{1}{8} = 0$

$\Delta = 1^2 - 4\,(2)\,(\frac{1}{8})$

$\Delta = 1 - 1 = 0$

$س_1 = س_2 = \frac{-ب}{2\rho} = \frac{-1}{4}$

و هو المطلوب.

السؤال السابع و السبعون:

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين التاليتين $\rho(-3 ، 4)$ ، ب$(5 ، -1)$

الميل المستقيم= $\frac{ع_2 - ع_1}{س_2 - س_1} = \frac{-1-4}{5-(-3)} = \frac{-5}{8}$

و هو المطلوب.

السؤال السابع و الثمانون:

أوجد العدد الثابت حـ ليكون العدد 4 جذراً للمعادلة $س^2 - س + حـ = 0$ ثم أوجد الجذر الآخر.

السؤال الثامن والثمانون:

اشتغل عامل عدة أيام فكانت أجرته عن هذه الأيام 1512.5 ل.س و لو اشتغل 6 أيام أخرى لكانت أجرته عن الأيام كلها 2337.5 ل.س و المطلوب:

١- احسب أجرة هذا العامل في اليوم.
٢- احسب عدد الأيام التي اشتغل فيها العامل.

الحل:

$2337.5-1512.5=825$

$\frac{825}{6} = 137.5$ ل.س و هو أجرة العامل في اليوم.

عدد الأيام التي عمل بها العامل = $\frac{1512.5}{137.5} = 11$ يوم.

السؤال التاسع و الثمانون:

حل في ح بطريقة الحذف بالتعويض جملة المعادلتين التاليتين:

٢س + ع= ٤ ------ (١)

٦س- ٢ع= -٣ ----- (٢)

من (١) لدينا ع=-٢س+٤ ---- (٣)

نعوض (٣) في (٢) فيكون: ٦س-٢(-٢س+٤)=-٣

٦س+٤س-٨+٣=٠

١٠س-٥=٠

١٠س=٥

س= ٥/١٠ = ١/٢

نعوض قيمة س بـ: ع=-٢(١/٢) +٤ = -١+٤= ٣

الحل المشرك هو (س=١/٢ ، ع=٣)

السؤال التسعون:

حل في ح المعادلة التالية:

٢س^{٢} – ٥س+٣= ٠

Δ= ب^{٢}- ٤ρ حـ

Δ= (-٥)^{٢}-٤(٢)(٣)= ٢٥-٢٤=١

√Δ = √١ = ١

س١= (-ب+√Δ)/(٢ρ) = (٥+١)/(٢(٢)) = ٦/٤ = ٣/٢

س٢= (-ب+√Δ)/(٢ρ) = (٥-١)/(٢(٢)) = ٤/٤ = ١

السؤال الواحد و التسعون:

أوجد قيمة كل من ٥! ، ٠! ، ٦!

الحل:

٥!= ٥×٤×٣×٢×١= ١٢٠

٠!=١

٦!= ٦×٥×٤×٣×٢×١= ٧٢٠

السؤال الثاني و التسعون:

اكتب قيمة ص المعرفة بالشكل ص=|س+ع|-|س-١|و ذلك من أجل س=٣ و ع=-٤

ص=|٣+(-٤)|-|٣-١|= |-١|-|٢|= ١-٢=-١

السؤال الثالث و التسعون:

حلل ما يلي:

- س^{٢}(س-٣)-١٦(س-٣)= (س-٣)(س^{٢}-١٦)= (س-٣)(س+٤)(س-٤)
- ٢س ع +٣س+ ٢ع+٣ = ٢ع(س+١)+٣(س+١)= (س+١)(٢ع+٣)

السؤال الثالث و التسعون:

في تجربة إلقاء قطعة نقود متجانسة مرتين متتاليتين:
- اكتب فضاء العينة.
- إذا كان س حدث ظهور شعار واحد في كل من الرميتين.
- إذا كان ع حدث ظهور شعار واحد على الأقل.
- إذا كان ص حدث ظهور كتابة واحدة فقط.
- إذا كان م حدث ظهور شعار من الرمية الأولى فقط.

أوجد حت(س)، حت(ع) ، حت(ص) ، حت(م)

الحل:

فضاء العينة= { (ش،ش)،(ش،ك)،(ك،ش)،(ك،ك)}

حت(س)= $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

حت(ع)= $\frac{٣}{٤}$

حت(ص)= $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

حت(م)= $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

السؤال الرابع و التسعون:

ليكن لدينا مستقيم الذي معادلته س+٢ع-٤=٠ و المطلوب ما يلي:
١. اكتب معادلة المستقيم ق بالشكل ع=مـ س+ هـ و استنتج قيمة كل من مـ و هـ .
٢. هل النقطة ن(١، ٣) تنتمي إلى ق؟ علل ذلك.
٣. ارسم المستقيم ق.

الحل:

٢ع= - س + ٤

ع= $\frac{-١}{٢}$ س+ ٢ و هي من الشكل ع= مـ س+ هـ

حيث مـ= - $\frac{١}{٢}$ ، هـ= ٢

نعوض احداثيي النقطة ن (١، ٣) في معادلة المستقيم الأساسية أو المعادلة الناتجة ع= $\frac{-١}{٢}$ س+ ٢

نعوض في المعادلة الأساسية فيكون: ١+٢(٣)-٤=٠

١+٦-٤=٠

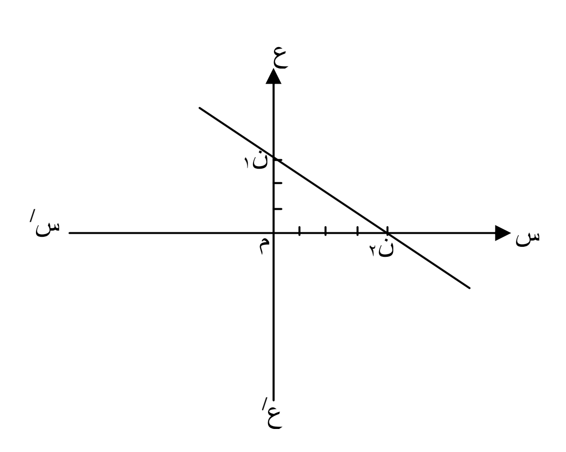
٧-٤=٠

٣=٠ و هي غير محققة لذلك فالنقطة ن لا تنتمي إلى المستقيم ق.

نرسم المستقيم:

س= ٠ ومنه ع=٢ $ن_١$ (٠, ٢)

ع= ٠ ومنه س=٤ $ن_٢$(٤, ٠)



و هو المطلوب.

السؤال الخامس و التسعون:

اختزل التركيب التالي مع ذكر شروط الاختزال:

$$F(x)= \frac{12}{x^2-4} - \frac{3x}{x^2-2x}$$

solution:

$$F(x) = \frac{12}{(x-2)(x+2)} - \frac{3x}{x(x-2)}$$

condition $x\neq 0$ and $x\neq 2$ and $x\neq -2$

$$F(x)= \frac{12}{(x-2)(x+2)} - \frac{3}{x-2}$$

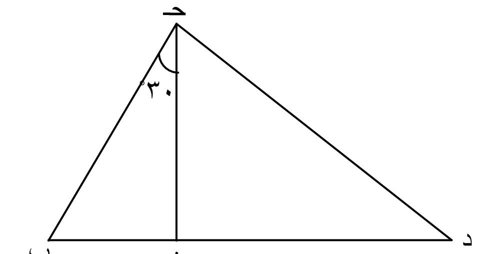
$$F(x)= \frac{12-3(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{12-3x-6}{(x-2)(x+2)}$$

$$F(x)= \frac{-3x+6}{(x-2)(x+2)} = \frac{-3(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$F(x)=\frac{-3}{x+2}$$

and he intended

السؤال السادس و التسعون:



في الشكل المرسوم جانباً: ل[ب ء]= ٨ ، ل[ب حـ]= ٤

حـ ن ⊥ ب ء ، ن حـ ب = ٣٠°

احسب ل[ن ب]،ل[ن حـ]، ل[حـ ء] ثم استنتج أن المثلث ب حـ ء قائم في حـ

الحل:

لحساب ل[ن ب] لدينا حـ ن ⊥ ب ء ومنه فالمثلث حـ ن ب قائم الزاوية في في ن و فيه ب حـ ن = ٣٠°

إذاً ل[ب ن]= ١/٢ ل[ب حـ]= ١/٢ × ٤ = ٢ لأنه في المثلث القائم طول الضلع القائمة المقابلة لزاوية ٣٠°

يساوي نصف طول الوتر.

لحساب ل[حـ ن]: حسب فيثاغورث نكتب:

ل²[حـ ن]+ ل²[ن ب]= ل²[حـ ب]

ل²[حـ ن]+ (٢)² = (٤)²

ل²[حـ ن]= ١٦ ـ ٤ = √١٢

ل[حـ ن]= √(٤×٣) = ٢√٣

السؤال السابع و التسعون:

حل المسألة التالية:

أرض مستطيلة الشكل عرضها يقل ٣ عن طولها و محيطها ٤٢ م فإذا كان سعر المتر المربع الواحد ١٥٠٠ ل.س

احسب ثمن سعر الأرض.

الحل: نفرض أن طول الأرض س+٣ فيكون عرضها س

محيط الأرض هو: ٢(س+٣+س)=٤٢ ومنه ٢(٢س+٣)=٤٢ و منه ٢س+٣=٢١

٢س=٢١-٣

س= ١٨/٢ = ٩م و هو عرض الأرض
فيكون طولها س+٣= ٩+٣= ١٢م
مساحة الأرض= الطول × العرض
١٢×٩= ١٠٨ م^{٢}
سعر الأرض= ١٠٨ × ١٥٠٠ ل.س= ١٦٢٠٠٠ ليرة سورية.

السؤال الثامن و التسعون:
حل في ح المعادلة التالية:
س^{٢}-٦س+٩=٠
Δ=ب^{٢}- ٤(أ)(حـ)
Δ= (-٦)^{٢}-٤(١)(٩)= ٣٦- ٣٦=٠ للمعادلة حل مضاعف
س$_{١}$=س$_{٢}$= -ب/٢أ = ٦/٢ = ٣ و هو المطلوب
حل بطريقة أخرى:
(س-٣)^{٢}=٠ و منه :
س=٣ و هو المطلوب.
حل في ح المعادلة التالية:
٥ ص^{٢}+٣ص-٨=٠
Δ=ب^{٢}- ٤(أ)(حـ)
Δ= (٣)^{٢}- ٤(٥)(-٨)
Δ=٩+١٦٠=١٦٩ ومنه:

√Δ=١٣
ص$_{١}$= (- ب +√Δ)/أ٢ = (-٣+ ١٣)/٢(٥) = ١٠/١٠ = ١
ص$_{٢}$= (- ب -√Δ)/أ٢ = (-٣- ١٣)/٢(٥) = -١٦/١٠ = -١.٦
الحل في ح{١ ; -١,٦}

السؤال التاسع و التسعون:

حل في ح جملة المعادلتين التاليتين:
س^{٢}-ع^{٢}=٣٤ (١)
س-ع=٢ (٢)
من (٢) لدينا س=ع+٢ (٣)
نعوض (٣) في (١)
(ع+٢)^{٢}-ع^{٢}=٣٤
ع^{٢}+٤ع+٤-ع^{٢}=٣٤
٤ع=٣٤-٤
٤ع=٣٠
ع= ٣٠/٤ = ١٥/٢
س= ١٥/٢ +٢
س= (١٥ + ٤)/٢ = ١٩/٢

حل في ح جملة المعادلتين:

$س^{٢}+ع^{٢}=٢٥$ (١)

$س+ع^{٢} = ١٩$ (٢)

من (٢) لدينا $ع^{٢} = ١٩ - س$ (٣) نعوض (٣) في (١):

$س^{٢} - س+١٩-٢٥ = ٠$

$س^{٢} - س -٦=٠$

$\Delta = (-١)^{٢} - ٤(١)(-٦)$

$\Delta = ١+٢٤ = ٢٥$

$\sqrt{\Delta} = ٥$

$س_{١} = \frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{+١+٥}{٢(١)} = \frac{٦}{٢} = ٣$ ومنه $ع^{٢} = ١٩ - ٣ = ١٦$ ومنه $ع= \pm ٤$

$س_{٢} = \frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{+١-٥}{٢(١)} = \frac{-٤}{٢} = -٢$ ومنه $ع^{٢}= ١٩+٢ = ٢١$ ومنه $ع= \pm\sqrt{٢١}$

السؤال المائة:

ثلاثة أعداد العدد الثاني يزيد عن العدد الأول بمقدار ١ و العدد الثالث يزيد بمقدار ٤ عن العدد الأول و متوسط العددين الأول و الثالث يساوي ٢٧ أوجد هذه الأعداد.

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+١ و الثالث س+٤

$\frac{س+س+٤}{٢} = ٢٧$

$٢س+٤ =٥٤$

$٢س=٥٠$

س= ٢٥ و هو العدد الأول فيكون الثاني س+١= ٢٥+١=٢٦ و الثالث س+٤= ٢٥+٤=٢٩

إذا الأعداد هي ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٩ .

السؤال ١٠١:

هل المعادلة التالية قابلة للحل في مجموعة الأعداد ح ؟ و لماذا:

$س^{٢}-٢س+٥=٠$

$\Delta = (-٢)^{٢}-٤(١)(٥)= ٤-٢٠= -١٦ <٠$

فالمعادلة ليست قابلة للحل في ح لأن $\Delta <٠$ وبالتالي -١٦ ليس له جذر تربيعي في مجموعة الأعداد الحقيقية.وهذه المعادلة قابلة للحل في مجموعة الأعداد العقدية.حيث $i^2=-1$ ومنه $\sqrt{١٦} = ٤i$

السؤال ١٠٢:

أزل الجذر التربيعي من مقام العدد $\frac{٥}{٢\sqrt{٧}}$.

الحل:

نضرب حدي الكسر بالعدد $\sqrt{٧}$ فنجد أن :

$\frac{٥}{٢\sqrt{٧}} = \frac{٥\sqrt{٧}}{٢\sqrt{٧}\sqrt{٧}} = \frac{٥\sqrt{٧}}{٢\times ٧} = \frac{٥\sqrt{٧}}{١٤}$

أزل الجذر من مقام العدد $\frac{٢}{٣+\sqrt{٣}}$

الحل: نضرب حدي الكسر بمرافق المقام هو $٣ -\sqrt{٣}$ فنجد:

$\frac{٢}{٣+\sqrt{٣}} = \frac{٢(٣-\sqrt{٣})}{(٣+\sqrt{٣})(٣-\sqrt{٣})} = \frac{٢(٣-\sqrt{٣})}{٩-٣} = \frac{٢(٣-\sqrt{٣})}{٦} = \frac{٣-\sqrt{٣}}{٣} = ١ - \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

السؤال ١٠٣:

أولاً: اختر إجابة الصحيحة :

١- إذا قسمنا طرفي متراجحة على عدد موجب تماماً فإن اتجاه التراجح يتغير (خطأ)

٢- إذا ضربنا طرفي متراجحة بعدد موجب تماماً فإن اتجاه التراجح يتغير (خطأ)

ثانياً: إذا علمت أن المستقيم ع=٣س+هـ يمر بالنقطة ن(٤، ٢) فعين قيمة هـ.

الحل: النقطة ن(٤ ، ٢) ∋ المستقيم إذا إحداثيات ن يحققان معادلة المستقيم أي:

٢=٣×٤+هـ

٢-١٢=هـ ⟸ هـ= -١٠

فالمستقيم هو ع= ٣س-١٠

السؤال ١٠٤:

أوجد معادلة المستقيم المار من النقطة (-٢ ، ١) وميله مـ= -٣

الحل:

معادلة المستقيم هي:

$ع-ع_١=م(س-س_١)$

ع-١ = -٣(س+٢)

ع=-٣س -٥

السؤال ١٠٥:

أوجد ميل المماس للخط البياني $ع=س^٢-٥س+٣$ في نقطة فاصلتها $س_١= -١$

الحل: نشتق التابع: عَ= ٢س-٥

ميل المماس عندما $س_١= -١$ ومنه عَ =مـ= ٢(-١)-٥ = -٧

السؤال ١٠٦:

لدينا التابع العددي $ع=س^٢+١$ و لدينا ن $(\frac{١}{٢} ، \frac{٥}{٤})$ نقطة منه أوجد قياس زاوية ميل المماس للمنحني البياني لهذا التابع في ن. ثم اكتب معادلة مماس المنحني في ن.

الحل:

ميل المماس في ن $(\frac{١}{٢} ، \frac{٥}{٤})$ هو مـ= عَ= ٢س = ٢$(\frac{١}{٢})$ = ١

ظل يه=١ ومنه يه= ٤٥°

$ع-ع_ن=م(س-س_ن)$

ع- $\frac{٥}{٤}$ = ١(س- $\frac{١}{٢}$) ومنه س-ع + $\frac{٣}{٤}$ = ٠

السؤال ١٠٧:

في الشكل المرسوم جانباً:

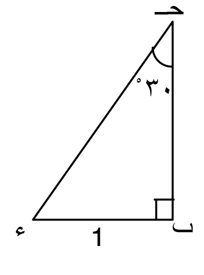
لدينا المثلث ب حـ ء القائم في ب حيث حـ=٣٠° و ل[ب ء]= ١ و المطلوب:

١- احسب قياس الزاوية ء

٢- احسب ل[حـ ء]

٣- احسب ل[ب حـ]

٤- احسب ظل ٣٠ و تظل ٣٠ .



الحل:

ء = ٩٠° – حـ= ٦٠°

ل[حـ ء] = ٢ ل[ب ء]= ٢ × ١ = ٢ (نظرية)

لحساب ل[ب حـ]

$ل^٢[ب حـ]+ل^٢[ب ء]=ل^٢[حـ ء]$

ل^{٢}[ب حـ] + $(١)^{٢}$ = $(٢)^{٢}$
ل[ب حـ] = $\sqrt{٣}$

ظل ٣٠ = $\frac{\text{المقابلة}}{\text{المجاورة}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$
تظل ٣٠ = $\frac{\text{المجاورة}}{\text{المقابلة}}$ = $\sqrt{٣}$

السؤال ١٠٨ :

أوجد في ح حل المعادلة التالية :

س^{٣} - س = ٠

الحل:

س(س^{٢}-١)=٠

أما س= ٠

أو س^{٢} - ١=٠

س^{٢} = ١

إما س= ١ أو س= -١ إذا حلول المعادلة هي { ٠ ، ١ ، -١ }.

أوجد في ح حل المعادلة التالية:

س^{٤} - ٨ س =٠

الحل:

س(س^{٣} - ٨)=٠

إما س=٠

أو س^{٣}= ٨

س= ٢ حلول المعادلة هي {٠ ، ٢ }.

أوجد في ح حل المعادلة التالية:

س^{٥} – ٣٢ =٠

الحل:

س^{٥}= ٣٢

س= ٢

حلول المعادلة هي { ٢}.

السؤال ١٠٩ :

إذا كان معدل العددين س=٢٤، ع هو ٢٦ و لدينا معدل الأعداد س، ع، ص هو ٢٤ أوجد قيم الأعداد ع،ص

الحل:

$\frac{\text{س+ع}}{٢}$ =٢٦ ومنه س+ع = ٥٢ ومنه ع=٥٢- ٢٤ = ٢٨

$\frac{\text{س+ع+ص}}{٣}$ = ٢٤

$\frac{\text{٥٢ +ص}}{٣}$ = ٢٤

ص+٥٢ = ٧٢

ص= ٧٢ -٥٢ = ٢٠

السؤال ١١٠ :

صندوق به ١٥ كرة منها: ٤ بيضاء ، ٦ حمراء ، ٥ سوداء فإذا سحبنا كرة واحدة من هذا الصندوق فأحسب الاحتمالات التالية:

١. احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.
٢. احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.
٣. احتمال أن تكون الكرة المسحوبة سوداء أو بيضاء.
٤. احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من غير الكرات السوداء.

الحل:

نفرض أن الحدث أ حادث سحب كرة بيضاء

نفرض= نتخيل أن الحدث ب حادث سحب كرة حمراء.

نفرض أن الحدث جـ حادث سحب كرة سوداء.

فيكون الاحتمالات المطلوب:

حت(أ)= $\frac{٤}{١٥}$ = ٠,٢٦٧

حت(ب)= $\frac{٦}{١٥}$ = ٠,٤

حت (أ أو جـ) = حت(أ)+ حت(جـ)= $\frac{٤}{١٥}$ + $\frac{٥}{١٥}$ = $\frac{٩}{١٥}$ = ٠,٦

حت(أ أو ب)= حت(أ)+ حت(ب)= ٠,٢٦٧+ ٠,٤= ٠,٦٦٧

السؤال ١١١ :

كيسان:الأول به ٣ كرات بيضاء ، ٧ كرات حمراء و الثاني به ٧ كرات بيضاء ، ٨ كرات حمراء فإذا سحبت كره من كل كيس من الكيسين فما هو احتمال أن تكون كرة واحدة على الأقل من الكرتين بيضاء؟

الحل:

نرمز لحادثة سحب كرة بيضاء من الكيس الأول بالرمز أ١ .

نرمز لحادثة سحب كرة بيضاء من الكيس الثاني بالرمز أ٢ .

حت(أ١+أ٢)= حت(أ١)+حت(أ٢)- حت(أ١.أ٢)

حت(أ١+أ٢)= $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{٧}{١٥}$ - ($\frac{٣}{١٠}$ × $\frac{٧}{١٥}$)= $\frac{٩+١٤}{٣٠}$ - ($\frac{٢١}{١٥٠}$)= $\frac{٢٣}{٣٠}$ - $\frac{٢١}{١٥٠}$

= $\frac{١١٥-٢١}{١٥٠}$ = $\frac{٩٤}{١٥٠}$ = $\frac{٤٧}{٧٥}$

السؤال ١١٢:

إذا كان احتمال نجاح طالب في مادة الرياضة ٠,٥ و احتمال نجاحه في مادتي الرياضة و امن المعلومات ٠,٣ فإذا كان احتمال نجاحه في مادة واحدة على الأقل من هاتين المادتين هو ٠,٨ فما هو احتمال نجاحه في مادة أمن المعلومات.

الحل:

احتمال نجاحه في مادة واحدة على الأقل = احتمال نجاحه في مادة الرياضة+احتمال نجاحه في مادة أمن المعلومات – احتمال نجاحه في المادتين معاً

أي أن :

٠,٨=٠,٥+احتمال نجاحه في مادة أمن المعلومات – ٠,٣ ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد احتمال نجاح الطالب في مادة أمن المعلومات information security كما يلي:

احتمال نجاح الطالب في مادة أمن المعلومات = ٠,٨+٠,٣-٠,٥=٠,٦

السؤال ١١٣:

كيس به ١٠ كرات حمراء ، ٥ كرات بيضاء ، ١٥ كرة صفراء ، ٢٠ كرة سوداء .سحبت منه عشوائياً كرتان فما هو احتمال أن تكون إحدى الكرتين حمراء و الأخرى بيضاء و ذلك بفرض أن الكرة المسحوبة تعاد إلى الكيس.

الحل:

نفرض أن أ حدث سحب كرة حمراء

نفرض أن ب حدث سحب كرة بيضاء

حت(أ و ب)= حت(أ) ×حت(ب)+ حت(ب)×حت(أ)

= ٢ حت(أ)×ح(ب)

$= ٢ \times \frac{١٠}{٥٠} \times \frac{٥}{٥٠} = \frac{١٠٠}{٢٥٠} = ٠,٤$

بفرض أنه سحبت ثلاث كرات عشوائياً و المطلوب احتمال أن يكون من بين هذه الكرات الثلاث كرتان حمراوان وكرة بيضاء.

الحل:

نفرض أن أ١ حدث سحب كرة حمراء

نفرض أن أ٢ حدث سحب كرة حمراء ثانية.

نفرض أن ب حدث سحب كرة بيضاء

حت(أ١وأ٢وب)= حت(أ١)×حت(أ٢)×حت(ب)+حت(أ١)×حت(ب)×حت(أ٢)+حت(ب)×حت(أ١)×حت(أ٢)

= ٣× حت(أ١)×حت(أ٢)×حت(ب)

$= ٣\times \frac{١٠}{٥٠} \times \frac{١٠}{٥٠} \times \frac{٥}{٥٠} = ٣\times \frac{٥٠٠}{١٢٥٠٠٠} = \frac{١٥}{١٢٥٠} = ٠,٠١٢$

السؤال ١١٤:

بكم طريقة يمكن تكوين لجنة لتنظيم حفل تخريج طلاب كلية الهندسة المعلوماتية بجامعة دمشق بحيث تُشكل اللجنة إما من الرجال فقط أو من النساء فقط علماً أنه في حال اختيار اللجنة من الرجال فإن عدد طرق الاختيار هي ٥ طرق أما في حال اختيار اللجنة من النساء فإن عدد طرق الاختيار هي ٤ طرق وذلك من بين طلاب كلية الهندسة المعلوماتية بدمشق.

الحل:

نفرض = نتخيل أن عدد طرق اختيار الرجال هو م=٥ و عدد طرق اختيار النساء هو ن=٤

فيكون عدد طرق اختيار اللجنة = م+ن = ٥+٤ = ٩ طرق.

السؤال ١١٥ :

يريد رجل السفر من دمشق إلى اللاذقية مارا بحلب أمامه طريقان من دمشق إلى حلب و من حلب أمامه ثلاث طرق للسفر إلى اللاذقية .فكم عدد الطرق التي يمكن أن يسلكها الرجل للسفر من دمشق إلى اللاذقية ماراً بحلب.

الحل:

نفرض = نتخيل أن عدد طرق سفر الرجل من دمشق إلى حلب هو م=٢ و عدد طرق سفر الرجل من مدينة حلب إلى اللاذقية هو ن=٣

فيكون عدد طرق السفر من دمشق إلى اللاذقية مرورا بحلب هو:

م×ن= ٢×٣=٦ طرق.

السؤال ١١٦:

عددان مجموعهم $6\sqrt{3}$ و جداءهما يساوي 24 و المطلوب أوجد هذين العددين؟

الحل:

نفرض أن العدد الأول س و الثاني ع

س+ع= ٦√٣ (١)

س×ع=٢٤ (٢)

من(١) لدينا س= -ع + ٦√٣

نعوض (٣) في (٢):

(-ع+٦√٣)× ع = ٢٤

-ع٢ + ٦√٣ ع -٢٤ = ٠

ع٢ - ٦√٣ ع+٢٤ = ٠

Δ=(-٦√٣)٢ - ٤ (١)(٢٤)

= ٣٦×٣ -٩٦= ١٢ ومنه

$$\sqrt{12}=\sqrt[2]{3\times 4}=2\sqrt{3}$$

ع١= (٦√٣ + ٢√٣) / ٢(١) = ٨√٣ / ٢ = ٤ √٣ وهو العدد الثاني فيكون الأول س= - ٤√٣ + ٦√٣ = ٢√٣

ع٢= (٦√٣ - ٢√٣) / ٢(١) = ٤√٣ / ٢ = ٢√٣ وهو العدد الثاني فيكون الأول س= - ٢√٣ + ٦√٣ = ٤√٣

و هو المطلوب.

<u>حل دورة ٢٠١١ كاملاً</u>

<u>النموذج الأول</u>: (الجبر)

<u>أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية</u> : (٩ درجات للأول، ٦ للثاني ، ٥ للثالث، ١٠ للرابع)

<u>أولاً</u>: أ) حلل كلاً مما يلي: س٢ - ٦س+٩ ، ٤ع ص +٦ ص -٦ع -٩

ب) اختزل الكسر ت(٨,٤) / ق(٥,١) إلى أبسط شكل ممكن.

ج) لتكن المعادلة: (هـ+١)س=٣ ، أوجد قيم هـ لكي يكون للمعادلة حل وحيد ، ثم أوجد قيمة س من أجل هـ=٢

<u>ثانياً</u>: حل في ح المعادلة: (س+٣)٢ – ٩ =٠

<u>ثالثاً</u>: حل في ح جملة المعادلتين: ٣س + ٢ع = ٦ ......(١)
س + ٤ =ع ......(٢)

<u>رابعاً</u>: حل المسألتين التاليتين:

١) ليكن (ق) مستقيماً معادلته ع – ٣س – ٢=٠

أ) اكتب المعادلة بالشكل ع= مـ س+ هـ ، ثم أوجد كلاً من مـ ، هـ.

ب) ارسم المستقيم (ق).

٢) صف فيه (٣٠) طالب . بكم طريقة نختار منهم (٣) طلاب من أجل تشكيل لجنة المحافظة على البيئة.

الحل:

أولا:

س٢ - ٦ س +٩ = (س-٣)(س-٣)

٤ع ص +٦ ص – ٦ ع -٩ = ٢ع(٢ص-٣)+٣(٢ص-٣)= (٢ع+٣)(٢ص-٣)

ت(٨,٤) / ق(٥,١) = (٨×٧×٦×٥) / (٥ / !١) = ٥٦×٦= ٣٣٦

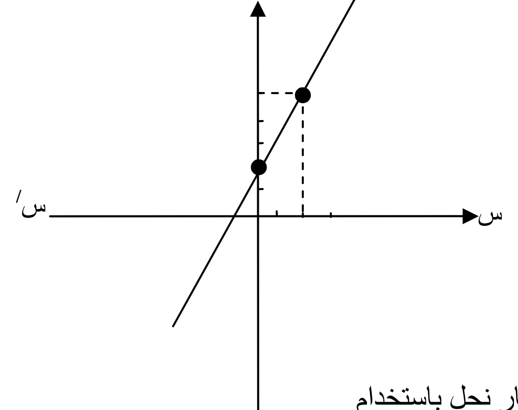
المعادلة (هـ+١)س=٣ و هي من الشكل أس=ب حيث يكون لهذه المعادلة حل وحيد عندما أ≠٠ ومنه هـ+١ ≠٠ ومنه هـ≠ -١ و تكون قيم هـ ∋ ح / { -١ }

من أجل هـ=٢ نجد (٢+١) س=٣ ومنه ٣ س=٣ ومنه س=١ و هو المطلوب.

ثانياً:
يوجد طريقتين للحل:
الطريقة الأولى:
(س+٣)^{2} - ٩ = ٠
(س+٣)^{2} - (٣)^{2} =٠
(س+٣+٣)(س+٣-٣)=٠
س(س+٦)=٠
إما س=٠
أو س+٦=٠ ومنه س=-٦ حلول المعادلة هي { ٠، -٦ }

الطريقة الثانية:
(س-٣)^{2} - ٩ =٠
س^{2}+٦س+٩ -٩ =٠
س^{2}+٦س=٠
س(س+٦)=٠
إما س=٠
أو س+٦=٠ ومنه س= -٦ إذا حلول المعادلة هي { ٠، -٦ }

ثالثاً:
٣س + ٢ ع = ٦ ......(١)
س + ٤ =ع ..... (٢)
نعوض (٢) في (١) فنجد:
٣س+٢(س+٤)=٦
٣س+٢س+٨-٦=٠
٥س+٢=٠
٥س=-٢
س= $\frac{-٢}{٥}$
نعوض قيمة س في (٢) فيكون:
ع= $\frac{-٢}{٥}$ +٤= $\frac{-٢+٢٠}{٥}$ = $\frac{١٨}{٥}$



رابعاً:
١ً – معادلة المستقيم ع -٣ س -٢ =٠
ع=٣س+٢ و هي من الشكل ع= مـ س+هـ ومنه نجد أن مـ=٣ ، هـ= ٢
نرسم المستقيم:
س=٠ ومنه ع= ٢ $ن_{١}$(٠ ، ٢)
س=١ ومنه ع=٥ $ن_{٢}$(١، ٥)

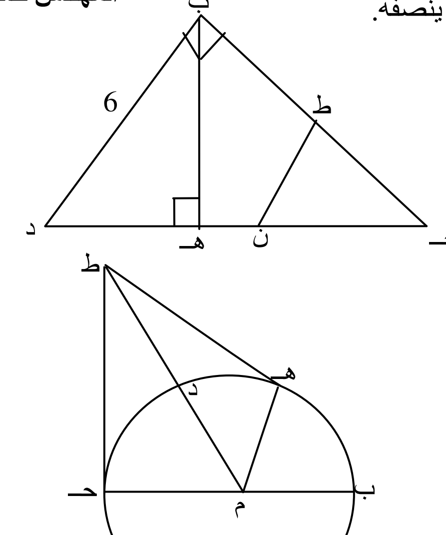
٢ً – نلاحظ هنا أننا نريد اختيار و بما أن الترتيب ليس له أهمية في عملية الاختيار نحل باستخدام التوافيق ومنه يكون:
ق(٣٠ ، ٣) = $\frac{ت(٣٠ ، ٣)}{٣!}$ = $\frac{٣٠×٢٩×٢٨}{٣×٢×١}$ = ١٠×٢٩×١٤ = ٤٠٦٠ طريقة

النموذج الثاني: (الهندسة)

أجب عن الأسئلة الآتية: (١٠درجات ، ٨ للثاني ، ١٢ للثالث)

أولاً: برهن صحة نظرية واحدة من النظريتين الآتيتين:

النظرية الأولى : في المثلث القائم : جداء طولي الضلعين القائمين يساوي جداء طول الوتر في الارتفاع المتعلق به.



النظرية الثانية : العمود المرسوم من مركز الدائرة على وتر فيها ينصفه.

ثانياً: في الشكل المرسوم جانباً :

حـ ب د = ٩٠° ، ل[ب د]= ٦ ، ل[ب حـ]= ٨

ن منتصف [حـ د] ، ط منتصف [ب حـ]

ب هـ ⊥ حـ د

احسب ل[ن ط] ، ل[حـ د] ، ل[هـ د] ، ل[ب هـ] ،

ظل حـ

ثالثاً :في الشكل مرسوم جانباً:

[ب حـ] قطر في دائرة مركزها م ،

ط هـ مماس للدائرة في هـ ، ط حـ مماس للدائرة في حـ

نصل م ط فيقطع الدائرة في د ، إذا علمت أن

قياس القوس هـ د حـ = ٢ قياس القوس الصغرى هـ ب ، المطلوب:

١- اثبت أن قياس هـ م ب = ٦٠°

واستنتج أن قياس الزاوية هـ ط م=٣٠°

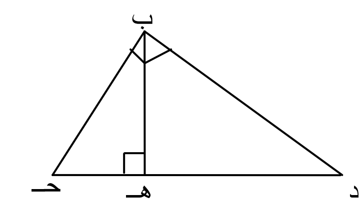
٢- برهن أن (هـ م حـ ط) رباعي دائري وأن النقطة د هي مركز الدائرة المارة برؤوس هذا الرباعي.

انتهت الأسئلة م.خالد ياسين الشيخ

الحل:

أولاً:

النظرية الأولى:



ارسم الشكل المرسوم يساراً للتوضيح فقط.

الفرض :ب جـ د مثلث قائم الزاوية في ب وفيه ب هـ الارتفاع المتعلق بالوتر.

الطلب ل[ب د]× ل[ب حـ]= ل[حـ د] × ل[ب هـ]

البرهان يكون كما يلي:

لدينا المثلثان ب د حـ ، ب هـ د مثلثان متشابهان حسب نظرية الأساسية في المثلث القائم و لدينا خوارزمية التشابه ALGORTHIM كما يلي:

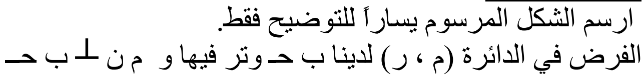
ب هـ حـ / د ب حـ { ب هـ / د ب (١) = هـ حـ / ب حـ (٢) = ب حـ / د حـ (٣)

من (١) و (٢) نجد أن ب هـ / د ب = ب حـ / د حـ ومنه نجد أن ل[ب جـ] × ل[ب د] = ل[د حـ] × ل[ب هـ]

و هو المطلوب.



النظرية الثانية:



ارسم الشكل المرسوم يساراً للتوضيح فقط.

الفرض في الدائرة (م ، ر) لدينا ب حـ وتر فيها و م ن ⊥ ب حـ

الطلب: ل[ن ب] = ل[ن حـ]

البرهان يكون كما يلي:

نصل خط من م إلى كل من ب ، حـ فنجد أن:

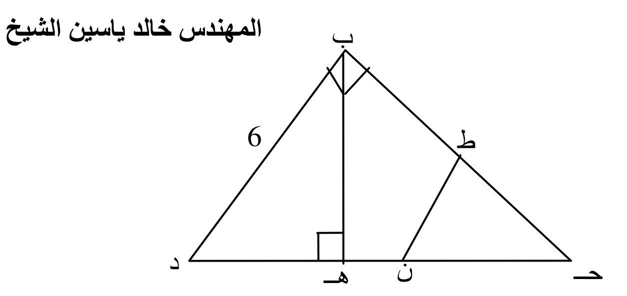
المثلث ب م حـ مثلث متساوي الساقين لأن:

م ب= م حـ =ر ولدينا م ن ⊥ ب جـ من الفرض أي م ن هو الارتفاع المتعلق بالوتر (القاعدة)

ب جـ في المثلث المتساوي الساقين ب م حـ فهو متوسط أيضاً أي ل[ب ن]= ل[ن حـ]
و هو المطلوب.
ثانياً:
المثلث ب حـ د قائم الزاوية في ب
لحساب ل[ن ط]
هناك طريقتين للحل:

الطريقة الأولى:

بما أن ن منتصف حـ د من الفرض
بما أن ط منتصف ب حـ من الفرض
ومنه نجد:
ن ط // ب د
ل[ن ط]= $\frac{١}{٢}$ ل[ب د]



حسب نظرية التي تقول أن القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي الضلعين في مثلث توازي الضلع الثالثة وطولها يساوي نصف طول تلك الضلع.
ومنه يكون ل[ن ط]= $\frac{١}{٢}$ ل[ب د] = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣

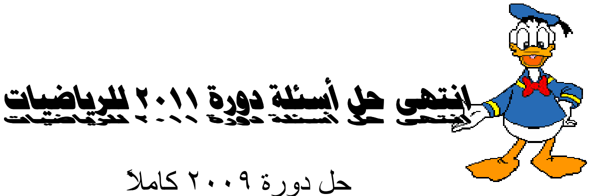
طريقة ثانية:

نقوم بحساب ل[حـ ء] .
بما أن ب هـ ⊥ حـ د فالمثلث ب حـ د قائم الزاوية في ب ولحساب ل[حـ د] حسب فيثاغورث نكتب:
ل^{٢}[ب حـ]+ل^{٢}[ب د]= ل^{٢}[حـ د]
(٨)^{٢}+ (٦)^{٢}= ل^{٢}[حـ د]
٦٤+٣٦=ل^{٢}[حـ د]
١٠٠ =ل^{٢}[حـ د] ومنه ل[حـ د]= ١٠ و هو المطلوب.
لحساب ل[ن ط]
لدينا حـ ط̂ ن = حـ ب̂ د= ٩٠° بالتناظر إذاً المثلث حـ ط ن مثلث قائم الزاوية في ط و لدينا ل[حـ ط]= ٤ ،
ل[حـ ن]= ٥
و لحساب ل[ن ط] حسب فيثاغورث نكتب:
ل^{٢}[حـ ط]+ل^{٢}[ن ط]= ل^{٢}[حـ ن]
(٤)^{٢}+ ل^{٢}[ن ط]= (٥)^{٢}
١٦+ل^{٢}[ن ط]= ٢٥
ل^{٢}[ن ط]= ٢٥-١٦=٩
ل[ن ط] = ٣

لحساب المرتسم هـ د حسب نظرية في المثلث القائم (مربع طول الضلع القائمة يساوي طول الوتر × مرتسم تلك الضلع عليه)
ل^{٢}[ب د]= ل[حـ د] × ل[هـ د]
(٦)^{٢}= ١٠ × ل[هـ د]
٣٦=١٠ × ل[هـ د]
ل[هـ د]= $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦
لحساب الارتفاع ب هـ حسب نظرية في المثلث القائم (جداء طولي الضلعين القائمين يساوي طول الوتر × الارتفاع المتعلق به).
ل[ب حـ] × ل[ب د]= ل[حـ د] × ل[ب هـ]
٨× ٦= ١٠ ل[ب هـ]
ل[ب هـ]= $\frac{٤٨}{١٠}$ = ٤,٨
ظل حـ̂ = $\frac{\text{المقابلة}}{\text{المجاورة}}$ = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$
و هو المطلوب.

ثالثاً:
بما أن قياس هـ د جـ = ٢ ب هـ ولدينا ب جـ قطر في الدائرة يكون
ب هـ = ٦٠ ، هـ د جـ = ١٢٠ حيث ب حـ = ١٨٠°
ومنه قياس الزاوية هـ م ب = ب هـ = ٦٠° حيث الزاوية المركزية تقاس بقياس القوس المقابلة لها.
و لدينا هـ ط ⊥ م هـ لأن المماس عمودي على نصف القطر في نقطة التماس.
و لدينا أيضاً ط حـ ⊥ م حـ لأن الماس عمودي على نصف القطر في نقطة التماس
ومنه ط هـ م = ٩٠° ،
ومنه م حـ ط = ٩٠°
و منه نستنتج أن المثلثان هـ م ط ، حـ م ط مثلثان قائمان و طبوقان حيث لدينا م ط ضلع مشترك و لدينا م هـ = م حـ = ر
ومنه فالمثلثان طبوقان و قائمان لتساوي طول الضلع القائمة و طول الوتر.
ومنه نستنتج أن هـ م ط = ط م حـ = ٦٠° لأن هـ د حـ = ١٢٠° ومنه هـ م د = ٦٠° ومنه هـ ط م = ٣٠° لأن مجموع قياسات المثلث هـ م ط = ١٨٠°
حيث هـ = ٩٠° ، م = ٦٠° ، ط = ٣٠° و هو المطلوب.

في الرباعي هـ م حـ ط لدينا هـ = حـ = ٩٠° لأنه بدينا ط حـ مماس للدائرة في حـ و ط هـ مماس للدائرة في هـ (المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس)
ومنه هـ + حـ = ١٨٠° تكاملت زاويتان متقابلتان في الرباعي هـ م حـ ط فالرباعي دائري
النقطة د تمثل مركز الدائرة المارة بروؤس هذا الرباعي
حيث أن النقطة د تقع في منتصف الوتر لمشترك ط م حيث لدينا المثلث هـ م ط قائم الزاوية في هـ حيث لدينا
ط = ٣٠° ومنه ل[هـ م] = $\frac{1}{2}$ ل[م ط]
حسب نظرية في المثلث القائمة الضلع القائمة المقابلة لزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر
ومنه م هـ = م د = ر و د ط = ر ومنه د منتصف م ط حيث النقطة د تمثل مركز الدائرة المارة بروؤس هذا الرباعي.
و هو المطلوب.



حل دورة ٢٠٠٩ كاملاً

النموذج الأول: (الجبر)
أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٩ درجات للأول، ٦ للثاني ، ٥ للثالث، ١٠ للرابع)
أولاً: أ) حلل كلاً مما يأتي:
س٢-٤ع٢ ، ٦س+٦حـ+٩+٤حـ س
ب) إذا كان $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٦}{س}$ أوجد قيمة س.
جـ) اكتب ص بالشكل أ$\sqrt{ب}$ حيث ص = $\sqrt{٣٢}$ - ٢$\sqrt{٥٠}$ + $\sqrt{١٨}$

ثانياً:
لتكن لدينا المعادلة $\frac{س+٤}{س-٢}$ + $\frac{س+١}{س-٣}$ = ٢
أوجد مجموعة التعريف ثم حل المعادلة ضمن مجموعة التعريف.

ثالثاً:
حل في ح جملة المتراجحتين:
٢س+١ < ٧ - س ....(١)
٣س+٢ > ٢س+٣ ....(٢)

رابعاً:
أولاً: ليكن البيان الإحصائي التالي: ١٠، ١٥ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٠ ، ١٥
أوجد المدى، المنوال، المتوسط الحسابي ، الوسيط.

ثانياً: ليكن لدينا التابع تا:ح ⟵ ح :تا(س)=٣س-٦
١. أوجد تا(٣) ، تا(٠).
٢. إذا كان تا(س)=-٣ أوجد قيمة س.
٣. ارسم الخط البياني للتابع تا.

الحل:
أولاً:
س^{٢}- ٤ ع^{٢}= (س-٢ع)(س+٢ع)
٦س+٦ حـ +٩ + ٤ حـ س= ٣(٢س+٣)+٢حـ(٣+٢س)= (٢س+٣)(٢حـ+٣)

٣/٤ = ٦/س ومنه ٣س=٦×٤ ومنه ٣س=٢٤ ومنه س= ٢٤/٣ = ٨

ص= √(١٦ × ٢) -٢√(٢٥ × ٢) + √(٩×٢)
ص= ٤√٢ -١٠√٢ +٣√٢
ص= - ٣√٢

ثانياً:
مجموعة التعريف: س-٢ ≠ ٠ ومنه س≠٢
س-٣≠٠ ومنه س≠ ٣
مجموعة التعريف هي ح/ { ٢، ٣ }

(س+٤)/(س -٢) + (س+١)/(س-٣) = ٢
(س-٣) (س-٢)
ومنه نجد:

((س+٤)(س-٣) + (س+١)(س-٢)) / ((س-٢)(س-٣)) = ٢

(س+٤)(س-٣) +(س+١)(س-٢) = ٢(س-٢)(س-٣)

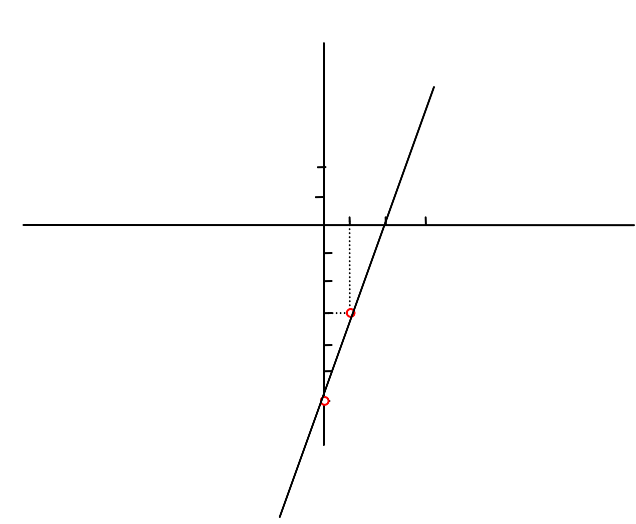
س^{٢}-٣س+٤س-١٢+س^{٢}-٢س+س-٢=٢(س^{٢}-٣س-٢س+٦)
٢س^{٢}-١٤ =٢س^{٢}-١٠س+١٢
٢س^{٢}-١٠س -٢س^{٢}=-١٤-١٢
-١٠س=- ٢٦
١٠س=٢٦
س= ٢٦/١٠ = ١٣/٥
وهو المطلوب.

ثالثاً:
٢س+١ < ٧- س ....(١)
٣س+٢≤ ٢س+٣ ....(٢)
من المتراجحة (١) لدينا ٢س+س< ٧-١ ومنه ٣س<٦ ومنه س < ٢ ومنه مج$_{١}$=]- ∞، ٢[
من المتراجحة (٢) لدينا ٣س-٢س≤٣-٢ ومنه س≤١ ومنه مج$_{١}$= [١ ،+ ∞ [
مج= مج$_{١}$ ∩ مج$_{٢}$=[١ ، ٢[
وهو المطلوب.

رابعاً:
المدى هو افرق بين أبر قيمة و أصغر قيمة ومنه المدى = ٢٠-١٠ = ١٠
المنوال هو العنصر الأكثر تكراراً ومنه المنوال=١٥
المتوسط الحسابي (المعدل)= $\frac{\text{مجموع جميع العناصر}}{\text{عدد العناصر}} = \frac{(١٠+١٥+١٢+١٨+٢٠+١٥)}{٦} = \frac{٩٠}{٦} = ١٥$
الوسيط (الوسط) هو العنصر الواقع في الوسط بعد ترتيب العناصر ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً
نرتب عناصر السلسلة ترتيباً تنازلياً(من اليمين لليسار):
٢٠، ١٨، ١٥ ، ١٥ ، ١٢ ، ١٠
عدد العناصر (المفردات) هو ٦ لذا يكون الوسيط هو المتوسط الحسابي(المعدل) للعنصرين الثالث و الرابع
ومنه الوسيط= $\frac{١٥+١٥}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

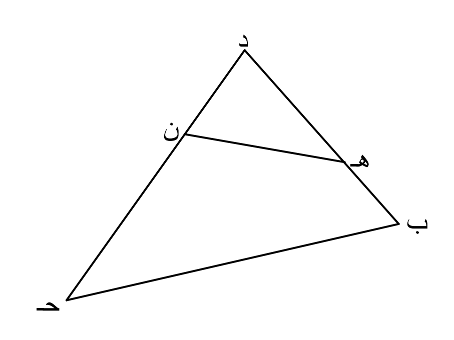
تا(٣)=٣(٣)-٦ = ٩-٦=٣
تا(٠)= ٣(٠)-٦= -٦

٣س-٦=-٣ ومنه ٣س=٦-٣ ومنه ٣س=٣
ومنه س=١
لرسم المستقيم:
س=٠ ومنه تا(٠)=-٦ ن١ (٠، -٦)
س=١ ومنه تا(١)=-٣ ن٢(١، -٣)



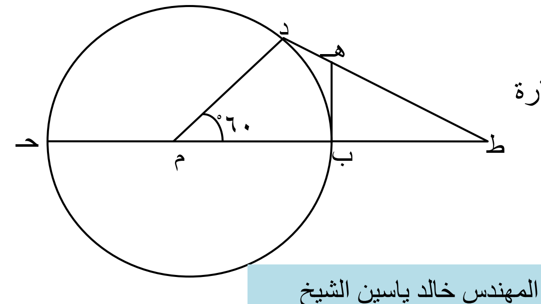
النموذج الثاني: (الهندسة)
أجب عن الأسئلة الآتية: (١٠درجات ، ٨ للثاني ، ١٢ للثالث)
أولاً: برهن صحة نظرية واحدة من النظريتين الآتيتين:
النظرية الأولى:
في المثلث القائم مربع الارتفاع المتعلق بالوتر يساوي جداء طولي جزأي الوتر المعينين به.
النظرية الثانية:
المستقيم المار من مركز دائرة و منتصف وتر فيها عمود على ذلك الوتر.

ثانياً: في الشكل المرسوم جانباً:
ل[د هـ]= ٨ ، ل[ن د]= ٦ ، ل[هـ ب]= ٤
١- برهن أن المثلثين د ن هـ ، ب حـ د متشابهان.
٢- بفرض أن نسبة تشابه المثلثين د ن هـ ، ب حـ د تساوي $\frac{١}{٢}$



برهن أن ٢ل[حـ ب] = ٢ل[ن هـ]
ثم احسب النسبة: $\frac{\text{مساحة المثلث د هـ ن}}{\text{مساحة المثلث ب حـ د}}$

ثالثاً: في الشكل المرسوم جانباً : (حـ ب) قطر في الدائرة (م، ٦)
هـ د ، هـ ب مماسان للدائرة في النقطتين د ، ب على الترتيب و قياس ب م د =٦٠°
ط نقطة تقاطع دهـ مع حـ ب و المطلوب:
١ـ أثبت أن ط=٣٠° و احسب ل[ط د].
٢ـ أثبت أن الرباعي (هـ ب م د) دائري و عين مركز الدائرة المارة برؤوس هذا الرباعي.



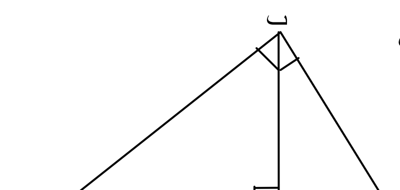
المهندس خالد ياسين الشيخ

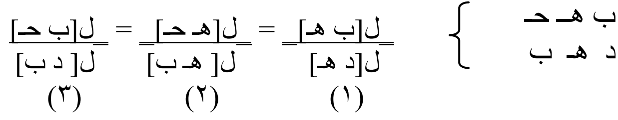
==========
انتهت الأسئلة م.خالد ياسين الشيخ

الحل:
أولاً:
النظرية الأولى:

المهندس خالد ياسين الشيخ

الفرض لدينا ب حـ د مثلث قائم الزاوية في ب و لدينا ب هـ الارتفاع المتعلق بالوتر حـ د .
الطلب: ل^2[ب هـ]= ل[حـ هـ] × ل[هـ د]
البرهان:
لدينا المثلثان ب هـ حـ ، د هـ ب مثلثان متشابهان حسب نظرية الأساسية في المثلث القائم.
و خوارزمية algorithm التشابه كما يلي:



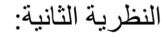


ب هـ حـ
د هـ ب

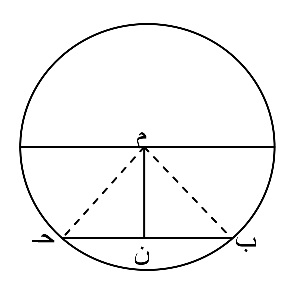
ل[ب هـ] / ل[د هـ] (١) = ل[هـ حـ] / ل[هـ ب] (٢) = ل[ب حـ] / ل[ب د] (٣)

من (١) و (٢) لدينا:
ل[ب هـ] / ل[د هـ] = ل[هـ حـ] / ل[هـ ب]
و منه:
ل[ب هـ] × ل[ب هـ] = ل[د هـ] × ل[هـ حـ]

ل^2[ب هـ]= ل[د هـ] × ل[هـ حـ] و هو المطلوب.



النظرية الثانية:
الفرض لدينا الدائرة (م، ر) فيها ب حـ وتر و ن منتصف الوتر ب حـ
الطلب م ن ⊥ ب حـ
البرهان:
نصل م ب و م حـ فيكون لدينا مثلث م ب حـ مثلثاً متساوي الساقين لأن م حـ = م ب = ر و لدينا م ن متوسط متلق بالوتر (القاعدة) ب حـ في مثلث متساوي الساقين و منه م ن ارتفاع ومنه م ن ⊥ ب حـ و هو المطلوب.

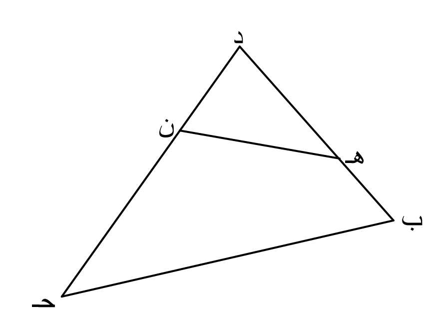


المسألة الأولى:

لدينا الزاوية د زاوية مشتركة

و لدينا

$$\frac{\text{ل[د هـ]}}{\text{ل[د حـ]}} = \frac{\text{ل[د ن]}}{\text{ل[د ب]}} = \frac{٨}{١٦} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$$



و منه فالمثلثان د هـ ن ، د ب حـ متشابهان.

لدينا الضلعان هـ ن و ب حـ متقابلان و يكون تناسبهما $\frac{\text{ل[هـ ن]}}{\text{ل[ب حـ]}} = \frac{١}{٢}$

ومنه ل[ب حـ]= ٢ ل[هـ ن] و هو المطلوب.

النسبة $\frac{\text{مساحة المثلث د هـ ن}}{\text{مساحة المثلث ب حـ د}}$ = مربع نسبة التشابه = $\frac{١}{٤}$

و هو المطلوب.

المسألة الثانية:

لدينا ط د مماس للدائرة في د ومنه يكون ط د ⊥ م د

ومنه المثلث ط د م قائم الزاوية في د و منه قياس

د =٩٠° و فيه قياس م=٦٠° ومنه نستنتج أن قياس

الزاوية ط= ٣٠°

ط°= ١٨٠° - (٩٠° + ٦٠°)= ١٨٠- ١٥٠ =٣٠°

حسب نظرية في المثلث القائم الضلع القائمة المقابلة لزاوية ٣٠° يساوي

نصف طول الوتر

حيث لدينا في المثلث القائم ط د م الضلع م د تقابل الزاوية ط =٣٠°

إذاً ل[م د]= $\frac{١}{٢}$ ل[م ط]

ومنه ل[م ط]= ٢ × ل[م د]

لدينا ل[م د] = ر=٦

ل[م ط] = ٢ × ٦= ١٢

المهندس خالد ياسين الشيخ

لحساب ل[د ط] حسب فيثاغورث نكتب :

ل^2[د ط]+ل^2[م د]= ل^2[م ط]

ل^2[د ط]+(٦)^2= (١٢)^2

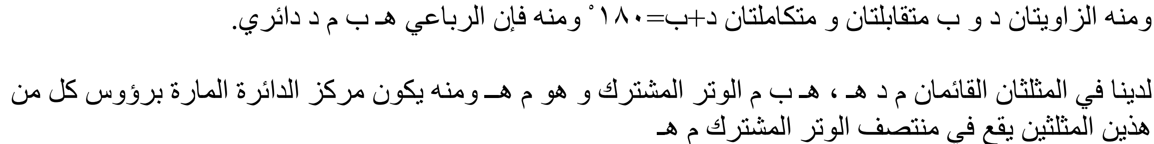
ل^2[د ط]=١٤٤ -٣٦ = ١٠٨

ل[د ط]= $\sqrt{١٠٨}$ = $\sqrt{٣٦ \times ٣}$ = ٦$\sqrt{٣}$

لدينا في الرباعي هـ ب م د : هـ ب مماس للدائرة في ب و هـ د مماس للدائرة في د و منه لدينا :

المثلث م د هـ قائم الزاوية في د و المثلث هـ ب م قائم للزاوية في ب

ومنه الزاويتان د و ب متقابلتان و متكاملتان د+ب=١٨٠° ومنه فإن الرباعي هـ ب م د دائري.



لدينا في المثلثان القائمان م د هـ ، هـ ب م الوتر المشترك و هو م هـ ومنه يكون مركز الدائرة المارة برؤوس كل من

هذين المثلثين يقع في منتصف الوتر المشترك م هـ

إذاً مركز الدائرة المارة برؤوس الرباعي هـ ب م د هي منتصف م هـ



و هو المطلوب.



مسألة:

عددان مجموعهما 10 والفرق بينهما 9 فما هذان العددان؟

الحل:

نفرض أن العدد الأكبر س و العدد الأصغر ع فيكون لدينا:

س+ع=١٠ ....(١)

س-ع=٩ ....(٢)

بجمع المعادلتين نجد أن:

٢س=١٩ ومنه

س= $\frac{١٩}{٢}$

بتعويض قيمة س في المعادلة الأولى نجد قيمة ع :

$\frac{١٩}{٢}$ +ع=١٠ ومنه ع=١٠ - $\frac{١٩}{٢}$ = $\frac{٢٠-١٩}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

العددان هما 9.5 و 0.5 و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

يراد توزيع قوة مكونة من ٣٠٠ جندي إلى مجموعتين مناورة و إسناد و إذا اشترطنا أن كل ٣ جنود مناورة يحتاجون إلى جندي واحد إسناد فما عدد كل من جنود المناورة و الإسناد؟

الحل:نفرض أن عدد جنود المناورة هو س و أن عدد جنود الإسناد ع ويكون لدينا:

إجمالي عدد الجنود س+ع=٣٠٠ ....(١)

و لدينا عدد جنود المناورة هم ٣ أمثال جنود الإسناد س=٣ع ....(٢)

نعوض المعادلة (٢) في (١) فيكون:

٣ع+ع=٣٠٠

٤ع=٣٠٠

ع= $\frac{٣٠٠}{٤}$ = ٧٥ و هو عدد جنود الإسناد

نعوض قيمة ع في المعادلة (٢) فيكون س=٣(٧٥)=٢٢٥

إذاً عدد جنود الإسناد هو ٧٥ جندي و عدد جنود المناورة ٢٢٥ جندي.

حل المسألة التالية:

أخوين مجموع عمريهما يساوي عمر أبيهما ، قبل ١٤ سنة كان مجموع عمريهما يساوي نصف عمر الأب فإذا كانت ولادة الأخ الأصغر بعد أخيه الأكبر بسنتين فما عمرهما و عمر أبيهما؟

الحل:

نفرض أن س هو عمر الأخ الأصغر و ع عمر الأخ الأكبر و ص عمر الأب

- لدينا مجموع عمري الأخوين يساوي عمر الأب:س+ع=ص ومنه س+ع-ص=٠ ....(١)
- قبل ١٤ سنة كان مجموع عمري الأخوين يساوي نصف عمر الأب: أي في ذلك الحين كانت أعمار الثلاثة كما يلي: عمر الأصغر س-١٤ و عمر الأكبر ع-١٤ و عمر الأب ص-١٤ ومنه نجد:

(س-١٤)+(ع-١٤)= $\frac{١}{٢}$(ص-١٤)

ومنه: (٢س-٢٨)+(٢ع-٢٨)=ص-١٤

٢س+٢ع-ص-٥٦+١٤=٠

٢س+٢ع-ص -٤٢ =٠

س+ع- $\frac{١}{٢}$ص-٢١=٠ ....(٢)

- كان ولادة الأصغر بعد سنتين من الأكبر:يعني ذلك أن الفرق بين عمريهما يساوي ٢ أي أن

ع - س=٢ ....(٣)

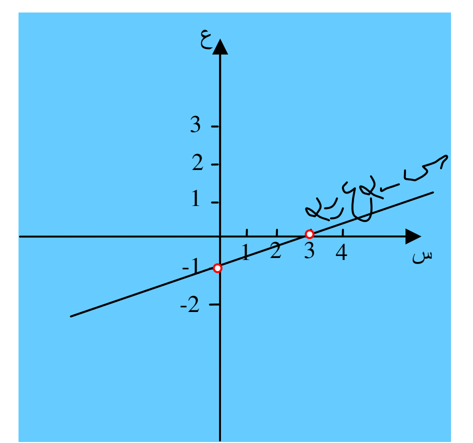
من(٣) لدينا ع=س+٢ ....(٤)

نعوض (٤) في (١) فيكون لدينا:

س+س+٢-ص=٠
ومنه ٢س+٢ =ص ....(٥)
نعوض (٥) في (٢)
س+س+٢- ١/٢ (٢س+٢)-٢١=٠
٢س+٢-س-١-٢١=٠
س-٢٠ = ٠ ومنه
س=٢٠سنة ....(٦) وهو عمر الأخ الأصغر
نعوض (٦) في (٤) فيكون:
ع=٢٠+٢=٢٢سنة ....(٧) وهو عمر الأخ الأكبر
نعوض (٦) في (٥) فيكون:
٢(٢٠)+٢=٤٠+٢=٤٢ سنة وهو عمر الأب و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:
أقلعت إحدى الرحلات لشركة خطوط الجوية للنقل في مطار دمشق الدولي و على متنها ٢٢٤ من ركاب الدرجة الأولى ودرجة الضيافة.
تكلف تذاكر الدرجة الأولى ٢٥٠٠ ليرة سورية و تكلف تذاكر درجة الضيافة ١٥٠٠ ليرة سوري فإذا كان إجمالي إيرادات التذاكر على هذه الرحلة ٣٥٥٠٠٠ ليرة سوري
فكم عدد كل من ركاب الدرجة الأولى و درجة الضيافة.
الحل:
نفرض أن عدد ركاب درجة الضيافة س و عدد ركاب درجة الأولى ع
- إجمالي عدد الركاب: س+ع= ٢٢٤
- إيرادات التذاكر ككل:١٥٠٠س+٢٥٠٠ع=٣٥٥٠٠٠ ....(٢)

من (١) لدينا س=٢٢٤-ع ....(٣)
نعوض (٣) في (١) فيكون لدينا:
١٥٠٠(٢٢٤-ع)+٢٥٠٠ع=٣٥٥٠٠٠
٣٣٦٠٠٠ -١٥٠٠ع+٢٥٠٠ع=٣٥٥٠٠٠
١٠٠٠ع=٣٥٥٠٠٠-٣٣٦٠٠٠
١٠٠٠ع=١٩٠٠٠ ومنه
ع= ١٩ و هو عدد ركاب الدرجة الأولى.
نعوض قيمة ع في (٣)
س=٢٢٤-١٩=٢٠٥ و هو عدد ركاب درجة الضيافة.



أوجد حل جملة المعادلتين التاليتين في ح :
٢س-٦ع=٦ ....(١)
س-٣ع=٣ ....(٢)

من (٢) لدينا س=٣ع+٣ ....(٣)
نعوض (٣) في (١)
٢(٣ع+٣)-٦ع=٦
٦ع+٦-٦ع=٦
٦=٦ يوجد عدد غير منتهي من الحلول
لجملة المعادلتين لأن المعادلتين تعبران عن مستقيم واحد كما يوضح الشكل.
و لصياغة بطريقة منظمة لأن تحقق أي من المعادلتين يدل على تحقق الأخرى نختار إحدى المعادلتين و لتكن:
س-٣ع=٣ ✸
لكي تصبح حلول المعادلتين هي حلول المعادلة ✸ نحصل عليها بوضع قيمة عشوائية لـ ع و ليكن ع=ن حيث ن هو أي عدد حقيقي ومنه يكون لدينا مجموعة الحل لجملة النظام:
س-٣ن=٣
س=٣+٣ن

بدلالة ن نجد أن حلول النظام على الصورة:
ع=ن
س=٣+٣ن حيث ن هي أي عدد حقيقي.

حل المسألة التالية:
عددان صحيحان مجموع مربعيهما ٨٥ و مجموعهما -١٣ فما هما هذان العددين؟
الحل:
نفرض أن العدد الأول س و الثاني ع فيكون:
س+ع=-١٣ ....(١)
س^{٢}+ع^{٢}=٨٥ ....(٢)
من (١) لدينا: س=-١٣-ع ....(٣)
نعوض (٣) في (٢)
(-١٣-ع)^{٢}+ع^{٢}=٨٥
١٦٩+٢٦ع+ع^{٢}+ع^{٢}=٨٥
٢ع^{٢}+٢٦ع+١٦٩-٨٥=٠
٢ع^{٢}+٢٦ع+٨٤=٠
Δ=٢٦^{٢}-٤(٢)(٨٤)= ٦٧٦-٦٧٢=٤
ومنه $\sqrt{٤}$ = ٢
ع$_{١}$= $\frac{-ب+\sqrt{\Delta}}{٢أ}$ = $\frac{-٢٦+٢}{٢(٢)}$ = $\frac{-٢٤}{٤}$ = -٦ و هو العدد الأول فيكون العدد الثاني س$_{١}$=-١٣-(-٦)=-١٣+٦=-٧.
أو
ع$_{٢}$= $\frac{-ب-\sqrt{\Delta}}{٢أ}$ = $\frac{-٢٦-٢}{٢(٢)}$ = $\frac{-٢٨}{٤}$ = -٧ و هو العدد الأول فيكون العدد الثاني س$_{٢}$= -١٣- (-٧)=-١٣+٧=-٦ .
و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:
عمر بسام ستة أمثال عمر ابنه فإذا كان حاصل ضرب عمريهما يساوي ٢٩٤ فما هو عمر كل منهما؟
الحل:
نفرض أن عمر الابن س فيكون عمر الأب ٦س ومنه:
س×٦س=٢٩٤
٦س^{٢}=٢٩٤
س^{٢}= $\frac{٢٩٤}{٦}$
س^{٢}= ٤٩
إما:
س=٧ و هو عمر الابن فيكون عمر الأب ٦×٧=٤٢سنة.
أو
س=-٧ مرفوض.

حل المسألة التالية:
عدد مكون من رقمين رقم عشراته ضعف رقم آحاده و إذا عكس وضع الرقمين كان العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلي بمقدار ٢٧ أوجد العدد الأصلي.
الحل:
نفرض أن رقم الآحاد س فيكون العشرات ٢س
العدد=س+١٠(٢س)=س+٢٠س=٢١س
العدد بعد عكس وضع الرقمين= ٢س+١٠س=١٢س
ومنه:
٢١س-٢٧=١٢س
٢١س-١٢س=٢٧
٩س=٢٧ ومنه س= $\frac{٢٧}{٩}$ = ٣ و هو رقم الآحاد فيكون العشرات ٢(٣)=٦ فيكون العدد هو ٦٣ و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

عدد مكون من رقمين فإذا كان رقم عشراته يزيد عن رقم آحاده بمقدار ١ وحاصل ضرب العدد الأصلي في العدد الناتج من عكس وضع رقميه يساوي ٢٥٢ أوجد العدد الأصلي

الحل:

نفرض أن رقم الآحاد س فيكون العشرات س+١

العدد= س+١٠(س+١)=س+١٠س+١٠=١١س+١٠

العدد بعد عكس وضع الرقمين= س+١ + ١٠س=١١س+١

(١١س+١٠)(١١س+١)=٢٥٢

$١٢١س^{٢}$+١١س+١١٠س+١٠-٢٥٢=٠

$١٢١س^{٢}$+١٢١س-٢٤٢=٠

$س^{٢}$+س-٢=٠

$\Delta=(١)^{٢}-٤(١)(-٢)$

Δ=١+٨=٩ ومنه:

$\sqrt{٩}=٣$

$س_{١}=\frac{-١+٣}{٢}=\frac{٢}{٢}=١$ و هو رقم الآحاد فيكون العشرات ١+١=٢ فيكون العدد هو ٢١ و هو المطلوب.

$س_{٢}=\frac{-١-٣}{٢}=-٢$ و هو رقم الآحاد فيكون العشرات -٢+١=-١ فيكون العدد هو -١٢

حل المسألة التالية:

عددان حاصل ضربهما ٢ و إذا أضيف أكبرهما إلى ضعف أصغرهما كان الناتج ٤ أوجد العددين.

الحل:

نفرض أن العدد الكبير س فيكون العدد الصغير ع

س × ع=٢ ....(١)

س+٢ع=٤ ....(٢)

من (١) لدينا:

$ع=\frac{٢}{س}$ ....(٣)

نعوض (٣) في (٢) فيكون لدينا

$س+٢(\frac{٢}{س})=٤$

$س^{٢}$+٤=٤س

$س^{٢}$-٤س+٤=٠

$\Delta=(-٤)^{٢}-٤(١)(٤)$= ١٦-١٦=٠

ومنه $س_{١}=س_{٢}=\frac{-ب}{٢أ}=\frac{+٤}{٢}=٢$ و هو العدد الكبير فيكون العدد الصغير = $\frac{٢}{٢}=١$ و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

يستورد المصنع الوطني في الجمهورية العربية السورية للسجاد شهرياً ٦٠٠ متر مربع من الصوف و ١٠٠٠ متر مربع من النايلون لتصنيع ثلاثة أنواع من موكيت الأرضيات:فائق الجودة، عالي الجودة، متوسط الجودة. علماً أن:

- المتر المربع من الموكيت فائق الجودة يتطلب $\frac{٣}{٤}$ متر مربع صوف ومتر مربع نايلون.
- المتر مربع من الموكيت عالي الجودة يتطلب $\frac{١}{٤}$ مترمربع ومتر مربع نايلون.
- المتر مربع من الموكيت متوسط الجودة يتطلب مترا مربع نايلون فقط.

يريد المصنع الوطني أن يكون إنتاجه من الموكيت بحيث لا يتم إهدار أي كمية من المواد الخام (الصوف و النايلون).

إذا كان عدد الأمتار المربعة التي ينتجها من الموكيت فائق الجودة هو س و من عالي الجودة ع و من متوسط الجودة هو ص فما هي المعادلات التي يجب أن تحققها الأعداد س،ع،ص بحيث تستهلك جميع المواد الخام؟

الحل:

المطلوب هو أن تتساوى الكميات المستهلكة مع الكميات المتوفرة من المواد الخام.

الكميات المتوفرة معروفة و هي:

من الصوف ٦٠٠ متر مربع
من النايلون ١٠٠٠ متر مربع
أما الكميات المستهلكة فتعتمد على قيم س و ع و ص و من المعطيات data نجد أن الكميات المستهلكة على النحو التالي:

من الصوف($\frac{١}{٤}$ + $\frac{٣}{٤}$) متر مربع

من النايلون(س+ع +ص) متر مربع

كي يصبح المطلوب يجب أن تحقق معادلتي النظام التالي:

$\frac{٣}{٤}$ س+ $\frac{١}{٤}$ ع = ٦٠٠ ....(١)

س+ع+ص= ١٠٠٠ ....(٢)

و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

عددان مجموعهما ص فإذا كان العدد الثاني يزيد عن العدد الأول بمقدار ٣ و مجموع مربعيهما ٣٦٩ فما هما العددين وما هي قيمة ص؟

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+٣

س+٣+س=ص

(س+٣)^{٢}+س^{٢} = ٣٦٩

س^{٢}+٦س+٩+س^{٢}-٣٦٩=٠

٢س^{٢}+٦س-٣٦٠=٠

س^{٢}+٣س-١٨٠=٠

Δ= (٣)^{٢}-٤(١)(-١٨٠)

Δ=٩+٧٢٠ =٧٢٩

$\sqrt{٧٢٩}$ = ٢٧

س$_{١}$= $\frac{-٣+٢٧}{٢(١)}$ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ و هو العدد الأول فيكون الثاني س$_{١}$+٣ =١٢+٣=١٥

ص=١٢+١٥= ٢٧

أو:

س$_{٢}$= $\frac{-٣ - ٢٧}{٢(١)}$ = $\frac{-٣٠}{٢}$ = -١٥ و هو العدد الأول فيكون الثاني س$_{٢}$+٣= -١٥ +٣ = -١٢

ص= -١٥+(-١٢) = -٢٧

حل المسألة التالية:

عددان مجموعهما ص فإذا كان العدد الثاني يزيد عن العدد الأول بمقدار ١٦ و مجموع مربعيهما ٧٠٦ فما هما العددين و ما هي قيمة ص؟

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+١٦

س+١٦+س=ص

س^{٢}+(س+١٦)^{٢}= ٧٠٦

س^{٢}+س^{٢}+٣٢س+٢٥٦-٧٠٦=٠

٢س^{٢}+٣٢س - ٤٥٠=٠

س^{٢}+١٦س-٢٢٥=٠

Δ=(١٦)^{٢}-٤(١)(-٢٢٥)

Δ= ٢٥٦+٩٠٠= ١١٥٦

$\sqrt{١١٥٦}$ = ٣٤

$س_{١}$= (ـ١٦+٣٤) / (٢(١)) = ١٨ / ٢ = ٩ و هو العدد الأول فيكون الثاني $س_{١}$+١٦ = ٩ +١٦= ٢٥

ص=٩+٢٥=٣٤

أو

$س_{٢}$= (ـ١٦ـ٣٤) / (٢(١)) = ـ٥٠ / ٢ = ـ٢٥ و هو العدد الأول فيكون الثاني $س_{٢}$+١٦= ـ٢٥+١٦= ـ٩

ص= ـ٢٥+(ـ٩)= ـ٣٤

و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

عددان مجموعهما ٢٤ فإذا كان العدد الثاني يزيد عن الأول بمقدار ١٢ و مجموع مربعيهما يساوي ع فما هما هذا العددان و ما هي قيمة ع؟

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+١٢

س+س+١٢=٢٤   ....(١)

$س^{٢}$+$(س+١٢)^{٢}$ = ع   ....(٢)

من (١) لدينا:

٢س=٢٤ـ١٢

٢س= ١٢

س=٦ و هو العدد الأول فيكون العدد الثاني س+١٢ = ٦+١٢=١٨

ع=$(٦)^{٢}$+$(١٨)^{٢}$= ٣٦+٣٢٤= ٣٦٠

أو

نعوض قيمة س =٦ في المعادلة ٢ لإيجاد قيمة ع فيكون لدينا:

$(٦)^{٢}$+$(٦+١٢)^{٢}$=ع

ع= ٣٦ + $(١٨)^{٢}$= ٣٦+٣٢٤= ٣٦٠

و هو المطلوب.

حل المسألة التالية:

أخوين مجموع عمريهما يساوي عمر أبيهما مضافاً إليه ٥ و قبل ١٤ سنة كان مجموع عمر الأخوين يساوي نصف عمر الأب مضافا إليه واحد و إذا كانت ولادة الأخ الأكبر قبل الأصغر بثلاث سنوات فما هو عمريهما و عمر أبيهما؟

الحل:

نفرض أن عمر الأخ الأصغر س و الأكبر ع و عمر الأب ص

- مجموع عمر الأخوين يساوي عمر الأب منقوصاً منه ٥ :

  س+ع=ص+٥

  س+ع ـص ـ٥ =٠   ....(١)

- قبل ١٤ سنة كان عمر الأخوين يساوي نصف عمر الأب مضافاً إليه ١ :

  (سـ١٤)+(عـ١٤) = (١/٢) (ص)+١

س+عـ٢٨ـ١ = (١/٢) ص

س+عـ٢٩= (١/٢) ص

٢س+٢عـ٥٨ =ص ....(٢)

- ولادة الأخ الأكبر قبل ٣ سنوات من ولادة الأخ الأصغر : يعني أن الفرق بين عمريهما يساوي ٣:

  عـ سـ=٣

من (٣) نجد أن ع=س+٣ ....(٤)

نعوض (٤) في (٢) فيكون:

٢س+٢س+٦ ـ٥٨=ص

٤سـ٥٢=ص.... (٥)

نعوض (٤) و (٥) في (١) فيكون لدينا:
س+س+٣- ٤س+٥٢-٥ =٠
٢س-٤س+٥٥-٥=٠
-٢س+٥٠=٠
٢س=٥٠
س= ٥٠/٢ = ٢٥ و هو عمر الأخ الأصغر
عمر الأخ الأكبر ع=٢٥+٣= ٢٨ سنة
عمر الأب ص= ٤(٢٥)-٥٢=١٠٠-٥٢=٤٨ سنة.
و هو المطلوب.

سورية – دمشق – معضمية الشام ٩/ ٧ / ٢٠١١ م

(نهاية الجزء الأول)
و ما توفيقي إلا بالله
(اللهم صلي و سلم و بارك على سيدنا محمد و على آله و صحبه أجمعين)

يقول الإمام الشافعي رحمه الله تعالى:
أحفظ لسانك أيها الإنسان　　　لا يلدغنك إنه ثعبانُ
كم في المقابر من قتيل لسانه　　　كانت تهاب لقاءه الشجعانُ
جراحات السنان لها التام　　　و لا يلتام ما جرح اللسانُ

اللهم لا تحسبنا بأعمالنا السيئة
الإرادة تبدأ من:
psychological moment